

**GEN 1101**

**คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน**

**Mathematics for Daily Life**

**(ฉบับแก้ไขสมบูรณ์)**

GEN1101 คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

ปกใน

## คำนำ

เอกสารประกอบการสอนรายวิชา GEN1101: คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน (Mathematics for Daily Life) คณะผู้จัดทำได้เรียบเรียงและแบ่งวิชาเป็น 6 บท ประกอบไปด้วย การให้เหตุผล พื้นที่และปริมาตร อัตราส่วน สัดส่วนและร้อยละ การคำนวณภาษีในชีวิตประจำวัน การประยุกต์ใช้สมการและอสมการ และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติ เพื่อนำไปใช้ในการประกอบการเรียนการสอนสำหรับนักศึกษาของมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักการคำนวณพื้นฐาน และวิธีคิดแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ตลอดจนเป็นพื้นฐานในการสอบเข้ารับราชการภายใต้สำนักงานคณะกรรมการข้าราชการพลเรือน (ก.พ.)

คณะผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าเอกสารประกอบการสอนเล่มนี้จักเป็นประโยชน์ต่อนักศึกษาและผู้สนใจทั่วไป ตลอดจนปรับใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม

คณะผู้จัดทำ

2557

สารบัญ

	หน้า
คำนำ	3
สารบัญ	4
บทที่ 1 การให้เหตุผล	1
การให้เหตุผลแบบนิรนัย	3
การให้เหตุผลแบบอุปนัย	12
แบบฝึกหัดท้ายบท	18
เอกสารอ้างอิง	22
บทที่ 2 พื้นที่และปริมาตร	23
การหาเส้นรอบรูปและพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ	25
การหาพื้นผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ	33
แบบฝึกหัดท้ายบท	44
เอกสารอ้างอิง	49
บทที่ 3 อัตราส่วน เศษส่วน และร้อยละ	51
อัตราส่วน	53
สัดส่วน	54
ร้อยละ	56
ดอกเบี้ย	58
แบบฝึกหัดท้ายบท	62
เอกสารอ้างอิง	70
บทที่ 4 การคำนวณภาษีในชีวิตประจำวัน	71
ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา	73
ภาษีมูลค่าเพิ่ม	85
แบบฝึกหัดท้ายบท	90
เอกสารอ้างอิง	98

## GEN1101 คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

บทที่ 5 การประยุกต์ใช้สมการและอสมการ	99
สมการ	101
อสมการ	111
แบบฝึกหัดท้ายบท	116
เอกสารอ้างอิง	120
บทที่ 6 การประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติ	121
ความหมายของสถิติ	123
การแจกแจงความถี่	131
การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง	133
การวัดการกระจายของข้อมูล	136
ความน่าจะเป็น	140
การประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ	144
แบบฝึกหัดท้ายบท	155
เอกสารอ้างอิง	167
บรรณานุกรม	168
คณะผู้จัดทำ	170

## บทที่ 1

การให้เหตุผล

เวลา 6 ชั่วโมง

### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

การให้เหตุผลมีอยู่ 2 แบบ คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะเริ่มด้วยเหตุหลัก (Major Premise) แล้วตามด้วยเหตุรอง (Minor Premise) เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุทั้งสองแล้วจึงสรุปผล (Conclusion) สำหรับการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้นจะประกอบด้วยเหตุหลายๆเหตุที่อิสระ และมีความสำคัญเท่าๆกัน ไม่มีเหตุใดเป็นเหตุหลักหรือเหตุรอง ในที่สุดเหตุเหล่านั้นก็รวมตัวกันอยู่ในรูปนัยทั่วไป (Generalization) ซึ่งเรียกว่าผล

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัย และบอกได้ว่าการให้เหตุผลนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่เพราะเหตุใด
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถให้เหตุผลแบบอุปนัยได้
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำการให้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัยไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม

### เนื้อหา

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย และการตรวจสอบความสมเหตุสมผล
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย

### กิจกรรมประกอบการสอน

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหา
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

### สื่อประกอบการสอน

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

### การวัดและการประเมินผล

1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ โดยการสังเกตการให้เหตุผล
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

ธรรมชาติของคณิตศาสตร์นั้นจะประกอบด้วยสองส่วน ส่วนแรกคือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ คำนิยาม (Undefined Term) คำนิยาม (Defined Term) สัจพจน์ (Postulate or Axiom) และทฤษฎีบท (Theorem) ส่วนที่สองคือกระบวนการให้เหตุผลซึ่งเป็นกระบวนการเรียบเรียงข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆให้เกิดความสัมพันธ์กันเพื่อส่งผลให้ข้อความหรือปรากฏการณ์เหล่านั้นมีความต่อเนื่องกันจนทำให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ขึ้นมา บางครั้งอาจกล่าวว่าการให้เหตุผลเป็นกระบวนการทางจิตที่มนุษย์ใช้เป็นเครื่องมือสื่อความหมายกันด้วยการเรียบเรียงข้อเท็จจริงที่มีอยู่ก่อนที่เรียกว่า เหตุ (Premise) แล้วสร้างข้อเท็จจริงใหม่ขึ้นมาที่เรียกว่า ผล (Conclusion)

ในบทนี้จะศึกษาในส่วนของกระบวนการให้เหตุผล มนุษย์ใช้การให้เหตุผลเพื่อแสวงหาความรู้ใหม่ การคิดค้นทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี การวิจัย บางครั้งอาจใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้องรวดเร็ว ปัจจุบันการให้เหตุผลที่มีรูปแบบที่ชัดเจนนั้นมี 2 แบบคือการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

### การให้เหตุผลแบบนิรนัย

การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ประกอบด้วยสองส่วนคือส่วนแรกเป็นข้อความที่กำหนดขึ้นก่อนซึ่งเรียกว่าเหตุ (Premise) จะแยกเป็นเหตุหลัก (Major Premise) และเหตุรอง (Minor Premise) สำหรับข้อความที่เป็นเหตุนี้จะนำมาจากความรู้พื้นฐานที่อาจเป็น บทนิยาม ความเชื่อ ข้อตกลงเบื้องต้น กฎหรือทฤษฎีบท เป็นส่วนที่รู้มาก่อนแล้วและยอมรับว่าเป็นจริง ส่วนที่สองเป็นข้อความที่เกิดขึ้นมาภายหลังเรียกว่าผล (Conclusion) ดังนั้นเมื่อมีเหตุและผลขึ้นมาชุดหนึ่ง ถ้าเหตุบังคับให้เกิดผล หรือผลเป็นข้อสรุปที่ได้มาจากเหตุ เราเรียกการให้เหตุผลนั้นว่าเป็น การอ้างเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล (Valid Argument) ตรงกันข้ามถ้าเหตุมิได้บังคับให้เกิดผล กล่าวคือผลอาจจะมาจากเหตุหรือไม่ก็ได้ เราเรียกการให้เหตุผลนั้นว่าเป็น การอ้างเหตุผลอย่างไม่สมเหตุสมผล (Invalid Argument) ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการให้เหตุผลแบบนิรนัย



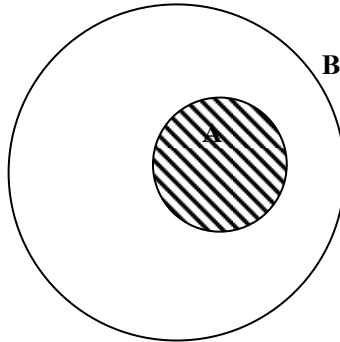
ตัวอย่างที่ 1	เหตุ	1. คนเชียงรายทุกคนเป็นคนภาคเหนือ 2. คนภาคเหนือทุกคนเป็นคนไทย
	ผล	คนเชียงรายทุกคนเป็นคนไทย
		จากตัวอย่างที่ 1 เหตุข้อที่ 1 เป็นเหตุหลัก และเหตุข้อที่ 2 เป็นเหตุรอง
ตัวอย่างที่ 2	เหตุ	1. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน 2. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยม
	ผล	รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทุกรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยม
ตัวอย่างที่ 3	เหตุ	1. นักศึกษาทุกคนเป็นคนฉลาด 2. สมบูรณ์เป็นคนฉลาด
	ผล	สมบูรณ์เป็นนักศึกษา
ตัวอย่างที่ 4	เหตุ	1. นักศึกษาบางคนเป็นคนสวย 2. คนผิวขาวบางคนสวย
	ผล	นักศึกษาบางคนเป็นคนผิวขาว
ตัวอย่างที่ 5	เหตุ	1. ไม่มีคนสายตาสั้นคนใดเป็นนักบิน 2. แดงเป็นคนสายตาสั้น
	ผล	แดงไม่เป็นนักบิน
ตัวอย่างที่ 6	เหตุ	1. ทุก X เป็น Y 2. ทุก Y เป็น Z
	ผล	ทุก X เป็น Z

จากตัวอย่างที่ 1 ถึงตัวอย่างที่ 6 เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยทั้งสิ้น เมื่อมีการให้เหตุผลแบบนิรนัยแล้วเราต้องตรวจสอบว่าเหตุบังคับให้เกิดผล หรือผลเป็นข้อสรุปมาจากเหตุหรือไม่ เรียกวิธีการนี้ว่าการตรวจสอบความสมเหตุสมผล (Testing the Validity) วิธีการหนึ่งของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลคือใช้แผนภาพวงกลม (Circle Diagram) ที่เรียกว่า แผนภาพเวนน์ และออยเลอร์ (Venn and Euler Diagram) เพื่อเป็นการให้เกียรติแก่ จอห์นเวนน์ (John Venn, 1834 – 1923) นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ผู้ศึกษา และเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler, 1707 – 1783) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิส ผู้ริเริ่มวิธีการนี้

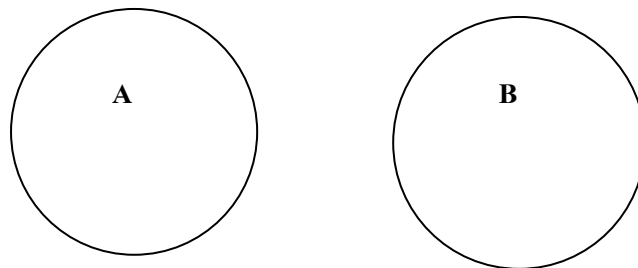
**การตรวจสอบความสมเหตุสมผลด้วยวิธีใช้แผนภาพเวนน์และออยเลอร์**

การตรวจสอบความสมเหตุสมผลด้วยวิธีใช้แผนภาพเวนน์และออยเลอร์นั้น เราต้องเข้าใจการเขียนแผนภาพวงกลมเพื่อใช้แทนข้อความใน 4 แบบ ต่อไปนี้

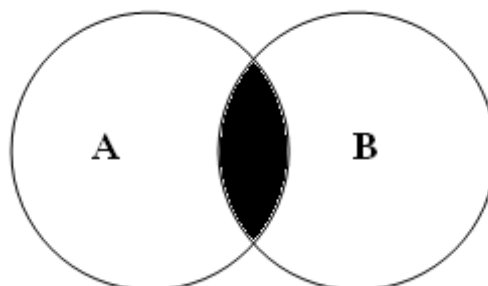
**แบบที่ 1** ข้อความ “ทุกสิ่งที่เป็น A จะเป็น B” เขียนแทนด้วยแผนภาพ



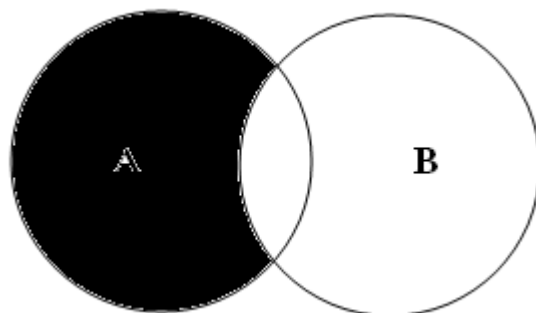
**แบบที่ 2** ข้อความ “ทุกสิ่งที่เป็น A จะไม่เป็น B” เขียนแทนด้วยแผนภาพ



**แบบที่ 3** ข้อความ “บางสิ่งที่เป็น A จะเป็น B” หรือ “บางสิ่งที่เป็น B จะเป็น A” เขียนแทนด้วยแผนภาพ



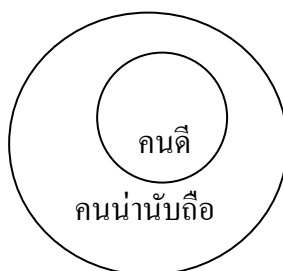
แบบที่ 4 ข้อความ “บางสิ่งที่เป็น A แต่ไม่เป็น B” เขียนแทนด้วยแผนภาพ



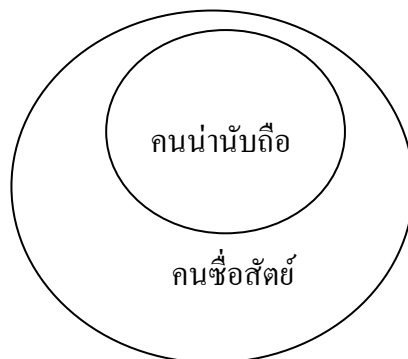
ตัวอย่างที่ 7 จงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1. คนดีทุกคนเป็นคนน่านับถือ  
 2. คนน่านับถือทุกคนเป็นคนซื่อสัตย์  
 ผล คนดีทุกคนเป็นคนซื่อสัตย์

วิธีทำ จากเหตุข้อ 1 จะได้แผนภาพที่ 1 เป็น

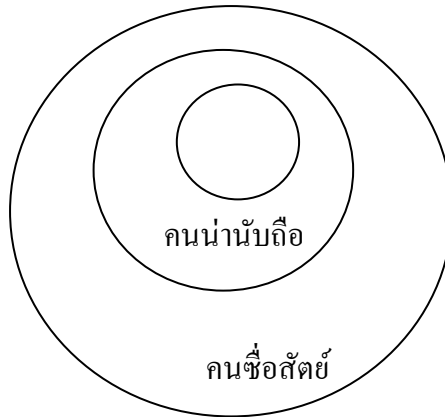


จากเหตุข้อ 2 จะได้แผนภาพที่ 2 เป็น



เมื่อนำเอาแผนภาพที่ 1 และแผนภาพที่ 2 มาเขียนเข้าด้วยกัน จะได้แผนภาพที่ 3 ดังนี้

คนดี

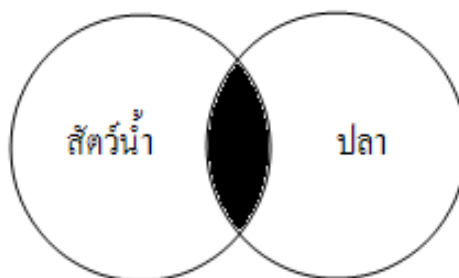


เมื่อพิจารณาแผนภาพที่ 3 พบว่าทุกจุดในวงกลมของคนดีจะอยู่ในวงกลมของคนซื่อสัตย์ แสดงว่า “คนดีทุกคนเป็นคนซื่อสัตย์” ซึ่งสอดคล้องกับผลของการให้เหตุผล ดังนั้น การให้เหตุผลนี้จึงสมเหตุสมผล

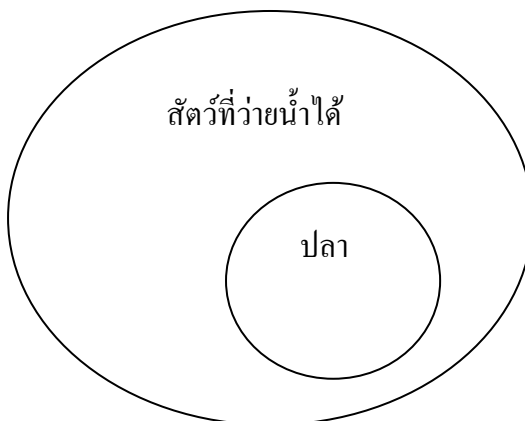
ตัวอย่างที่ 8 จงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ
1. สัตว์น้ำบางชนิดเป็นปลา
  2. ปลาทั้งหมดเป็นสัตว์ที่ว่ายน้ำได้
- ผล สัตว์น้ำบางชนิดเป็นสัตว์ที่ว่ายน้ำได้

วิธีทำ จากเหตุข้อ 1 จะได้แผนภาพที่ 1 เป็น

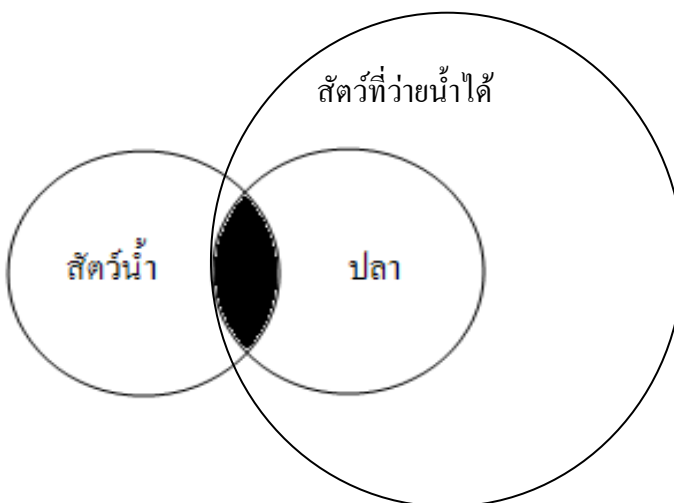


จากเหตุข้อ 2 จะได้แผนภาพที่ 2 เป็น

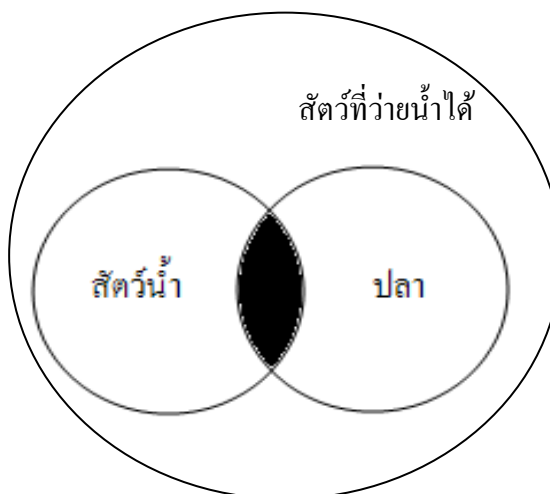


เมื่อนำเอาแผนภาพที่ 1 และแผนภาพที่ 2 มาเขียนเข้าด้วยกัน จะได้แผนภาพที่ 3 สองแบบ ดังนี้

แบบที่ 1



แบบที่ 2

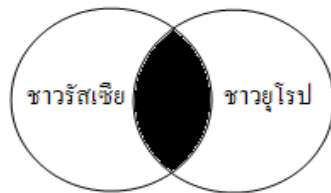


เมื่อพิจารณาแผนภาพที่ 3 ทั้งแบบที่ 1 และแบบที่ 2 พบว่าส่วนที่เรากำลังจำเป็นต้องอยู่ในวงกลมของสัตว์ที่ว่ายน้ำได้เสมอ นั่นคือ “สัตว์น้ำบางชนิดเป็นสัตว์ที่ว่ายน้ำได้” ซึ่งสอดคล้องกับผลของการให้เหตุผล ดังนั้นการให้เหตุผลนี้จึงสมเหตุสมผล

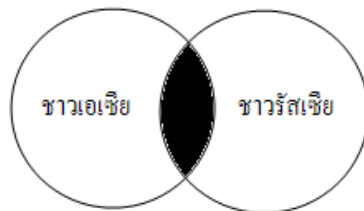
**ตัวอย่างที่ 9** จงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1. ชาวรัสเซียบางคนเป็นชาวยุโรป  
 2. ชาวรัสเซียบางคนเป็นชาวเอเชีย  
 ผล ชาวยุโรปบางคนเป็นชาวเอเชีย

**วิธีทำ** จากเหตุข้อ 1 จะได้แผนภาพที่ 1 เป็น

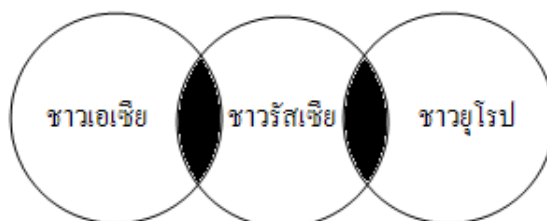


จากเหตุข้อ 2 จะได้แผนภาพที่ 2 เป็น

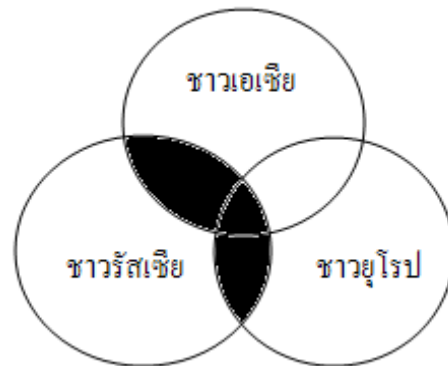


เมื่อนำเอาแผนภาพที่ 1 และแผนภาพที่ 2 มาเขียนเข้าด้วยกัน จะได้แผนภาพที่ 3 สี่แบบ ดังนี้

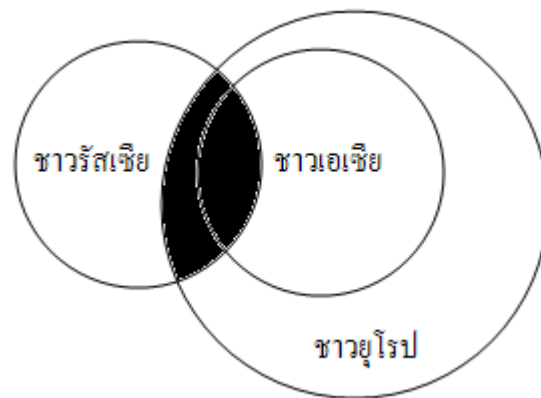
แบบที่ 1



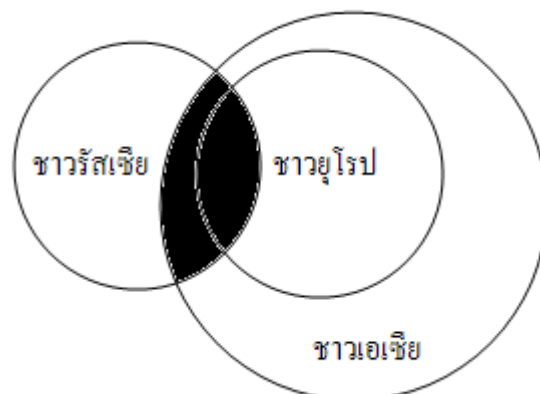
แบบที่ 2



แบบที่ 3



แบบที่ 4



เมื่อพิจารณาแผนภาพที่ 3 ทั้งแบบที่ 1 ถึงแบบที่ 4 พบว่าทุกแบบสอดคล้องกับเหตุที่ 1 และเหตุที่ 2 ทั้งหมด แต่มีแบบที่ 1 สามารถเขียนแผนภาพหลักได้ยังไม่ให้จุดบางจุดของวงกลมชาวยุโรปไปอยู่

ในวงกลมของชาวเอเชียได้ ดังนั้นการที่สรุปผลว่า “ชาวยุโรปบางคนเป็นชาวเอเชีย” ไม่จริงเสมอไป เพราะฉะนั้น การให้เหตุผลนี้จึงไม่สมเหตุสมผล

จากตัวอย่างที่ 9 ต่อไปไม่จำเป็นต้องเขียนแผนภาพที่ 3 ครอบคลุมแบบก็ได้ เพียงแต่เลือกเขียนเฉพาะแบบที่ทำให้ผลไม่เป็นจริง ก็สามารถสรุปได้ว่าการให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล ขอให้ศึกษาตัวอย่างที่ 10 ต่อไปนี้

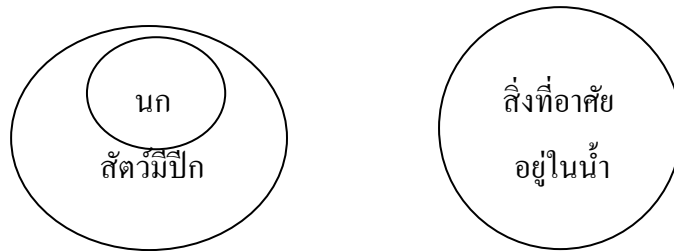
**ตัวอย่างที่ 10** จงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1. ไม่มีนกตัวใดอาศัยอยู่ในน้ำ

2. นกทุกชนิดเป็นสัตว์มีปีก

ผล สัตว์มีปีกบางตัวอาศัยอยู่ในน้ำ

**วิธีทำ** จากเหตุข้อ 1 และข้อ 2 สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพที่ได้ เราสามารถหลีกเลี่ยงไม่ให้จุดในวงกลมของสัตว์มีปีกเข้าไปอยู่ในวงกลมของสิ่งที่มีปีกอยู่ในน้ำได้ หมายความว่าแผนภาพนี้ยังคงสอดคล้องกับเหตุข้อ 1 และข้อ 2 ดังนั้นการที่สรุปผลว่า “สัตว์มีปีกบางตัวอาศัยอยู่ในน้ำ” จึงเป็นการสรุปที่ไม่สมเหตุสมผล

ข้อสังเกตจากการให้เหตุผลแบบนิรนัย เราต้องพิจารณาแผนภาพตามเหตุในทุกแบบที่เป็นไปได้ ถ้าแผนภาพทุกแบบสอดคล้องและตรงกับผลสรุปแสดงว่าการให้เหตุผลนั้นสมเหตุสมผลดังตัวอย่างที่ 7 และ 8 แต่ถ้ามีแผนภาพบางแบบไม่สอดคล้องกับผลสรุป แสดงว่าการให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล ดังตัวอย่างที่ 9

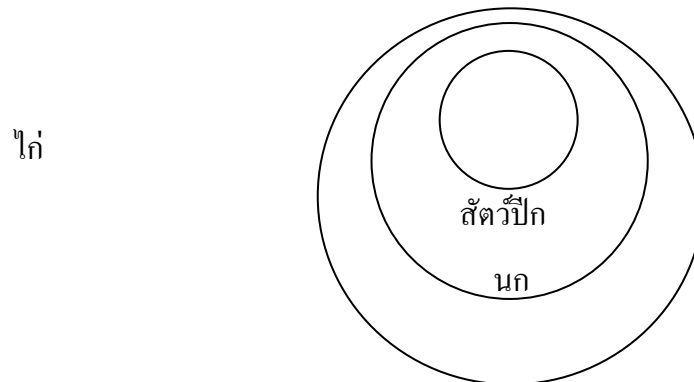
อนึ่งจะเห็นว่าผลสรุปที่ได้จากการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ไม่จำเป็นต้องเป็นจริงในชีวิตประจำวันก็ได้ ขอให้พิจารณาจากตัวอย่างที่ 11 ต่อไปนี้



**ตัวอย่างที่ 11** จงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1. ไก่ทุกตัวเป็นสัตว์ปีก  
 2. สัตว์ปีกทุกตัวเป็นนก  
 ผล ไก่ทุกตัวเป็นนก

**วิธีทำ** จากเหตุข้อ 1 และข้อ 2 สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพจะเห็นว่าทุกจุดในวงกลมของไก่จำเป็นต้องอยู่ในวงกลมของนกอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ดังนั้นการให้เหตุผลนี้สมเหตุสมผล

### การให้เหตุผลแบบอุปนัย

การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยเหตุหลายๆเหตุแต่ละเหตุเป็นอิสระต่อกัน และมีความสำคัญเท่าๆกัน ไม่มีเหตุใดเป็นเหตุหลักหรือเหตุรองเหมือนกับการให้เหตุผลแบบนิรนัย เหตุเหล่านี้อาจได้มาจากการสังเกตหรือการทดลองหลายๆครั้งจนในที่สุดเหตุเหล่านั้นก็รวมตัวกันอยู่ในรูปของข้อสรุปที่เป็นนัยทั่วไปในภายหลัง นักวิทยาศาสตร์หรือนักวิจัยมักใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อค้นหากฎเกณฑ์ จะเห็นว่าการนำเอาข้อสังเกตหรือผลการทดลองจากบางส่วน มาสนับสนุนให้ได้ข้อความทั่วไปซึ่งกินความไปถึงทุกส่วนย่อมไม่สมเหตุสมผล เพราะเป็นการอนุมานเกินสิ่งที่กำหนดให้ ดังนั้นการให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงจำเป็นต้องมีข้อสังเกตหรือผลการทดลองมากพอที่จะเชื่อได้ว่าข้อสรุปนั้นเป็นจริง เช่นเราเคยเห็นว่าปลาส่วนมากออกลูกเป็นไข่ เราจึงสรุปว่า “ปลาทุกชนิดออกลูกเป็นไข่” ซึ่งเป็นเท็จ เพราะมีปลาบางชนิดออกลูกเป็นตัว เช่นปลาหางนกยูง เป็นต้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะข้อสังเกตมีน้อยเกินไป การให้เหตุผลแบบอุปนัยถูก

นำมาใช้ค้นคว้าในทางวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ เช่น ข้อสรุปที่ว่า “สารสกัดจากสะเดาสามารถใช้เป็นยากำจัดแมลงศัตรูพืชได้” ข้อสรุปนี้มาจากการทดลองซ้ำกันหลายๆ ครั้งแล้วได้ผลตรงกัน ในทางคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยสร้างัจพจน์ เช่น เราทดลองลากเส้นตรงสองเส้นบนระนาบให้ตัดกันจะตัดกันได้เพียงจุดเดียวเท่านั้น ไม่ว่าจะทดลองลากกี่ครั้งก็ตาม เราจึงสรุปว่า “บนระนาบเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะตัดกันเพียงจุดเดียวเท่านั้น” ให้ศึกษาตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยดังนี้

- ตัวอย่างที่ 12** เหตุ
1. ดำปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง
  2. ขาวปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง
  3. เขียวปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง
  4. แดงปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง
  5. ส้มปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง

ผล คนทุกคนที่ปวดท้องกินยา X แล้วหายปวดท้อง

จากตัวอย่างที่ 12 จะเห็นว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้น เหตุจะมีกี่เหตุก็ได้ โดยทั่วไปแล้วต้องมีหลายๆ เหตุ จนเป็นที่มั่นใจว่าจะสามารถสรุปได้ถูกต้อง ซึ่งเราพิจารณาจากลักษณะที่คล้ายกันของเหตุเหล่านั้นมาเป็นข้อสรุปในรูปนัยทั่วไป

- ตัวอย่างที่ 13** เหตุ
1. คนทุกคนต้องตาย
  2. นกทุกตัวต้องตาย
  3. สุนัขทุกตัวต้องตาย
  4. ต้นไม้ทุกต้นต้องตาย
  5. ปลาทุกตัวต้องตาย

ผล สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องตาย

- ตัวอย่างที่ 14** เหตุ
1.  $2 = 1(1 + 1)$
  2.  $2 + 4 = 2(2 + 1)$
  3.  $2 + 4 + 6 = 3(3 + 1)$
  4.  $2 + 4 + 6 + 8 = 4(4 + 1)$
  5.  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 5(5 + 1)$

ผล  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2n = n(n + 1)$  สำหรับ  $n$  ทุกตัวที่เป็นจำนวน

เต็มบวก

**ตัวอย่างที่ 15** จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการถัดไปจากแบบรูปสมการที่กำหนดให้

1.  $1 = 1$
2.  $1 + 2 = 3$
3.  $1 + 2 + 3 = 6$
4.  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$
- ..... = ....

**ตอบ**  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

**ตัวอย่างที่ 16** จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการถัดไปจากแบบรูปสมการที่กำหนดให้

1.  $(1 \times 9) + 2 = 11$
2.  $(12 \times 9) + 3 = 111$
3.  $(123 \times 9) + 4 = 1,111$
- ..... = ....

**ตอบ**  $(1,234 \times 9) + 5 = 11,111$

**ตัวอย่างที่ 17** จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการถัดไปจากแบบรูปสมการที่กำหนดให้

1.  $9 \times 9 = 81$
2.  $99 \times 9 = 891$
3.  $999 \times 9 = 8,991$
- ..... = ....

**ตอบ**  $9,999 \times 9 = 89,991$

**ตัวอย่างที่ 18** ถ้าผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนนับที่มีสามหลักหารด้วย 3 ลงตัวแล้ว  
จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยสรุปเกี่ยวกับจำนวนนับดังกล่าว

**วิธีทำ** สังเกตจำนวนนับบางจำนวนที่มีสามหลักและผลบวกของเลขโดดแต่ละหลักหารด้วย 3 ลง  
ตัว ดังนี้

จำนวนนับที่มีสามหลัก      ผลบวกของเลขโดดหารด้วย 3 ลงตัว      ผลลัพธ์ของการหารจำนวน  
นับด้วย 3

111	$1 + 1 + 1 = 3$	$111 \div 3 = 37$
123	$1 + 2 + 3 = 6$	$123 \div 3 = 41$
171	$1 + 7 + 1 = 9$	$171 \div 3 = 57$
225	$2 + 2 + 5 = 9$	$225 \div 3 = 75$
543	$5 + 4 + 3 = 12$	$543 \div 3 = 181$
945	$9 + 4 + 5 = 18$	$945 \div 3 = 315$

จากการสังเกตตัวอย่างของจำนวนนับข้างต้นพบว่า เมื่อผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของ  
จำนวนนับนั้นหารด้วย 3 ลงตัว แล้วจำนวนนับดังกล่าวก็จะหารด้วย 3 ลงตัวเช่นเดียวกัน โดยการ  
ให้เหตุผลแบบอุปนัยจึงสรุปว่า “ถ้าผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนนับที่มีสามหลัก  
หารด้วย 3 ลงตัว แล้ว จำนวนนับนั้นจะหารด้วย 3 ลงตัว”

ตัวอย่างที่ 19 จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อหาจำนวนถัดไป จากแบบรูปของจำนวนที่  
กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

- |                         |                           |
|-------------------------|---------------------------|
| (1) 4, 7, 10, 13, ...   | (4) 102, 204, 306, ...    |
| (2) 2, 4, 8, 32, ...    | (5) 2, 5, 11, 14, 20, ... |
| (3) 11, 17, 22, 26, ... | (6) 2, 7, 23, 72, ...     |

### วิธีทำ

- (1) 4, 7, 10, 13, ...

เพราะว่า  $4 + 3 = 7$ ,  $7 + 3 = 10$ ,  $10 + 3 = 13$ , ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $13 + 3 = 16$

- (2) 2, 4, 8, 32, ...

เพราะว่า  $2 \times 4 = 8$ ,  $4 \times 8 = 32$  ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $8 \times 32 = 256$

- (3) 11, 17, 22, 26, ...

เพราะว่า  $11 + 6 = 17$ ,  $17 + 5 = 22$ ,  $22 + 4 = 26$  ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $26 + 3 = 29$

- (4) 102, 204, 306, ...

เพราะว่า  $102 + 102 = 204$ ,  $204 + 102 = 306$  ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $306 + 102 = 408$

(5) 2, 5, 11, 14, 20, ...

เพราะว่า  $2 + 3 = 5$ ,  $5 + 6 = 11$ ,  $11 + 3 = 14$ ,  $14 + 6 = 20$  ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $20 + 3 = 23$

(6) 2, 7, 23, 72, ...

เพราะว่า  $(2 \times 3) + 1 = 7$ ,  $(7 \times 3) + 2 = 23$ ,  $(23 \times 3) + 3 = 72$  ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ  $(72 \times 3) + 4 = 220$

อย่างไรก็ตามการให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อหาข้อสรุปหรือความจริงนั้น ไม่จำเป็นต้องได้ข้อสรุปที่ถูกต้องเสมอไป เนื่องจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการสรุปจากหลักฐานหรือข้อเท็จจริงที่มีอยู่เท่านั้น ข้อสรุปจะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับหลักฐานหรือข้อเท็จจริงที่นำมาอ้าง โดยมีข้อสังเกตดังนี้

1. จำนวนหลักฐานหรือข้อเท็จจริงที่นำมาอ้างต้องมีจำนวนมากพอ เช่น จากแบบรูปของ 2, 4, 6, X แล้ว X ควรเป็นจำนวนใด จากการสังเกตแบบรูปอาจสรุปต่างกัน ดังนี้

$$(1) \text{ ถ้า } 2 + 2 = 4 \text{ และ } 4 + 2 = 6 \text{ แล้ว } X = 6 + 2 = 8$$

$$(2) \text{ ถ้า } 2 + 4 = 6 \text{ แล้ว } X = 4 + 6 = 10$$

$$(3) \text{ ถ้า } (2 \times 4) - 2 = 6 \text{ แล้ว } X = (4 \times 6) - 2 = 22$$

สาเหตุที่สรุปต่างกันเช่นนี้เป็นเพราะเรามีข้อเท็จจริงเพียง 2, 4 และ 6 เท่านั้น ซึ่งมีจำนวนน้อยเกินไปที่จะนำไปอุปนัยเพื่อหาค่าของจำนวน X นั้นเอง หรือถ้าเราไปรับประทานอาหารที่ร้านแห่งหนึ่งแล้วเกิดท้องเสีย เราจึงสรุปว่าอาหารทุกชนิดที่ร้านดังกล่าวทำให้ท้องเสีย เป็นการสรุปที่เชื่อถือได้น้อยกว่าการไปรับประทานอาหารที่ร้านนี้บ่อยๆแล้วท้องเสียทุกครั้ง

2. ข้อสรุปของการให้เหตุผลแบบอุปนัยอาจผิดพลาดหรือเป็นเท็จได้ เช่น ให้

$$F_n = 2^{2^n} + 1 \text{ เมื่อเราทดลองแทนค่า } n \text{ ด้วยจำนวนนับ พบว่า}$$

$$F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5 \quad \text{เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

$$F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17 \quad \text{เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

$$F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257 \quad \text{เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

$$F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65,537 \quad \text{เป็นจำนวนเฉพาะ}$$

จึงให้เหตุผลแบบอุปนัยสรุปว่า  $F_n = 2^{2^n} + 1$  เป็นจำนวนเฉพาะสำหรับทุกจำนวนนับ  $n$  ซึ่งเป็น  
การสรุปที่ไม่ถูกต้อง เพราะ  $F_5 = 2^{2^5} + 1 = 4,294,967,296 + 1 = 4,294,967,297$  แต่  $4,294,967,297$   
 $\div 641 = 6,700,417$  ดังนั้น  $F_5$  ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

## สรุป

การให้เหตุผลมีอยู่ 2 แบบ คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) และการ  
ให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะเริ่มด้วยเหตุหลัก (Major  
Premise) แล้วตามด้วยเหตุรอง (Minor Premise) เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุทั้งสอง  
แล้วจึงสรุปผล (Conclusion) เหตุหลักและเหตุรองอาจได้มาจากความรู้พื้นฐานที่อาจเป็น บทนิยาม  
ความเชื่อ ข้อตกลงเบื้องต้น กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบท เป็นส่วนที่รู้มาก่อนแล้วและยอมรับว่าเป็น  
จริง การให้เหตุผลแบบนิรนัยสามารถตรวจสอบได้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพ  
วงกลมเวเนนและออยเลอร์ ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยสมเหตุสมผล ก็มีได้  
หมายความว่าผลสรุปนั้นจะเป็นจริงในชีวิตประจำวันเสมอไป สำหรับการให้เหตุผลแบบอุปนัย  
นั้นจะประกอบด้วยเหตุหลายๆเหตุที่อิสระและมีความสำคัญเท่าๆกัน ไม่มีเหตุใดเป็นเหตุหลัก  
หรือเหตุรอง เหตุเหล่านี้จะได้มาจากการสังเกตหรือการทดลองซ้ำๆกันหลายๆครั้ง ในที่สุดเหตุ  
เหล่านั้นก็รวมตัวกันอยู่ในรูปนัยทั่วไป (Generalization) ซึ่งเรียกว่าผล การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะ  
น่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้นถ้ามีจำนวนข้อสังเกตหรือผลการทดลองมากเพียงพอ แต่บางครั้งข้อสรุปจาก  
การให้เหตุผลแบบอุปนัยอาจเป็นเท็จได้

.....

**แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1**

1. จงตรวจสอบการให้เหตุผลแบบนิรนัยแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพวงกลมของเวนน์และออยเลอร์

1.1    เหตุ    1. นกทุกตัวบินได้  
              2. สัตว์บางตัวเป็นนก  
              ผล    สัตว์บางตัวบินได้

1.2    เหตุ    1. ชาวบ้านบางคนเป็นคนขยัน  
              2. ผู้หญิงทั้งหมดเป็นคนขยัน  
              ผล    ชาวบ้านบางคนเป็นผู้หญิง

- 1.3    เหตุ    1. กรรมการทุกคนทำงานหนัก  
                  2. สมาชิกเป็นกรรมการ  
      ผล    สมาชิกทำงานหนัก

- 1.4    เหตุ    1. ไม่มีนักการเมืองคนใดเป็นคนขี้เกียจ  
                  2. วิชัยไม่เป็นคนขี้เกียจ  
      ผล    วิชัยเป็นนักการเมือง



- 1.5 เหตุ 1. อาจารย์ทุกคนได้ค่าจ้างมาก  
 2. สุปจน์ได้ค่าจ้างมาก  
 ผล สุปจน์เป็นอาจารย์

2. จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการถัดไปจากแบบรูปสมการที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี

2.1 1.  $1 = 1$   
 2.  $1 + 3 = 4$   
 3.  $1 + 3 + 5 = 9$   
 ..... = .....

2.2 1.  $1 + 10 = 11$   
 2.  $1 + 10 + 100 = 111$   
 3.  $1 + 10 + 100 + 1,000 = 1,111$   
 ..... = .....

2.3 1.  $11 \times 11 = 121$   
 2.  $111 \times 111 = 12,321$   
 3.  $1,111 \times 1,111 = 1,234,321$   
 ..... = .....

- 2.4
1.  $9 \times 9 = 81$
  2.  $909 \times 9 = 8,181$
  3.  $90,909 = 818,181$
  - ..... = .....
- 2.5
1.  $(1 \times 8) + 1 = 9$
  2.  $(12 \times 8) + 2 = 98$
  3.  $(123 \times 8) + 3 = 987$
  - ..... = .....
- 2.6
1.  $1,089 \times 1 = 1,089$
  2.  $1,089 \times 2 = 2,178$
  3.  $1,089 \times 3 = 3,267$
  4.  $1,089 \times 4 = 4,356$
  - ..... = .....

3. จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเพื่อหาจำนวนถัดไป จากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ใน แต่ละข้อต่อไปนี้

- 3.1 2, 4, 8, 16, .....
- 3.2 3, 9, 4, 16, 5, .....
- 3.3 1, 2, 4, 8, .....
- 3.4 25, 24, 22, 19, .....
- 3.5 3, 10, 27, 68, .....

**เอกสารอ้างอิง**

นพพร ชนะชัยขันธุ์. (2543). คณิตศาสตร์พื้นฐาน. เชียงราย : คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.

การให้เหตุผล.สืบค้นเมื่อ 4 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.thaigoodview.com/node/18026>

การให้เหตุผล.สืบค้นเมื่อ 4 พฤษภาคม 2557, จาก [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)

Leonhardy, A. (1960). College Algebra. Missouri : John Wiley & Sons.

Lipschuyz, S. & Hall, G. G. (1966). Finite Mathematics. New York : McGraw – Hill Book Company.

## บทที่ 2

พื้นที่และปริมาตร

เวลา 9 ชั่วโมง

สาระสำคัญ /ความคิดรวบยอด

ในชีวิตประจำวันเราใช้ความรู้ทางเรขาคณิต ในการหาพื้นที่ ระยะทาง และปริมาตร เช่น การหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด การหาปริมาตรของน้ำในสระ การหาพื้นที่ของผนังที่ต้องการปูอลูมิเนียม เป็นต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนหาเส้นรอบรูปของรูปเรขาคณิตสองมิติได้
2. เพื่อให้ผู้เรียนหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติได้
3. เพื่อให้ผู้เรียนหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
4. เพื่อให้ผู้เรียนหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
5. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เรื่องพื้นที่และปริมาตรไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่าง

เหมาะสม

เนื้อหา

1. การหาเส้นรอบรูปและพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ
2. การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

กิจกรรมประกอบการสอน

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหา
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

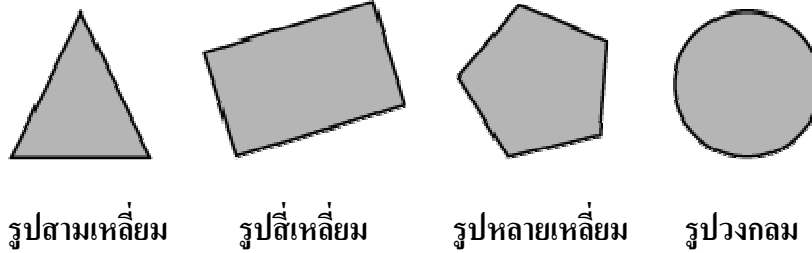
### สื่อประกอบการสอน

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

### การวัดและการประเมินผล

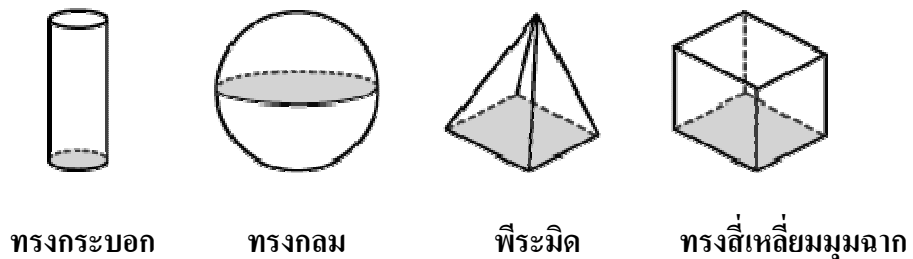
1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ โดยการให้เหตุผล และการแก้ปัญหา
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

**รูปเรขาคณิตสองมิติ** มีความกว้าง ความยาว ใช้แสดงขนาด แบ่งตามลักษณะของด้านหรือขอบของรูปนั้น เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยม หรือ รูปวงกลม เป็นต้น ตัวอย่างรูปเรขาคณิตสองมิติ



**รูปเรขาคณิตสามมิติ** ใช้แสดงรูปร่าง เป็นรูปทรงสามมิติที่มีฐานหรือหน้าตัดเป็นรูปต่างๆ เช่น ทรงกระบอก ทรงกลม พีระมิด ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

ตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติ



**การหาเส้นรอบรูปและพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ**

**สูตรการหาเส้นรอบรูปของรูปเรขาคณิตสองมิติ**

$$\text{เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = 4 \times \text{ความยาวด้าน}$$

$$\text{เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = 2 \times (\text{ด้านกว้าง} + \text{ด้านยาว})$$

$$\text{เส้นรอบรูปของรูปวงกลม} = 2\pi r \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวของรัศมี}$$

และ  $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14 หรือ  $\frac{22}{7}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเส้นรอบรูปของรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวของด้านเท่ากับ 8 เซนติเมตร
2. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 12 เมตร ยาว 18 เมตร
3. รูปวงกลมรัศมี 28 นิ้ว ( $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$ )

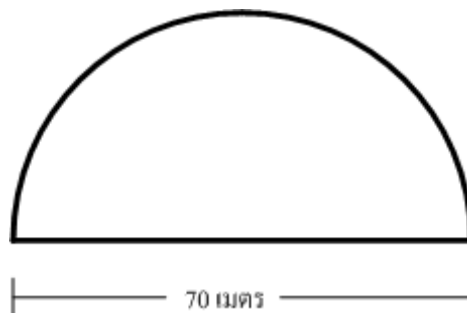
วิธีทำ

1. เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส =  $4 \times$  ความยาวด้าน  
 $= 4 \times 8$  เซนติเมตร  
 $= 32$  เซนติเมตร
2. เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า =  $2 \times$  (ด้านกว้าง + ด้านยาว)  
 $= 2 \times (12 + 18)$  เมตร  
 $= 60$  เมตร
3. เส้นรอบรูปของรูปวงกลม =  $2\pi r$  เมื่อ  $r$  คือความยาวของรัศมี  
 $\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 28$  นิ้ว  
 $\approx 176$  นิ้ว

ตัวอย่างที่ 2 นายหนึ่งมีปัญหาเรื่องน้ำหนักตัว คุณหมอจึงสั่งให้เดินอย่างน้อยวันละ 1,500 เมตร

ถ้าในหมู่บ้านของนายหนึ่งมีสนามรูปครึ่งวงกลมดังรูป นายหนึ่งจะต้องเดินอย่างน้อยกี่รอบสนาม

จึงได้ระยะทางตามที่หมอสั่ง ( $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$ )



**วิธีทำ**

จากรูป วงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 70 เมตร ดังนั้นรัศมี ยาว 35 เมตร

เส้นรอบรูปของรูปวงกลม  $= 2\pi r$  เมื่อ  $r$  คือความยาวของรัศมี

$$\approx 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \quad \text{เมตร}$$

$$\approx 220 \quad \text{เมตร}$$

ถ้านายหนึ่งเดินรอบสนาม 1 รอบ จะได้ระยะทาง  $\frac{220}{2} + 70 \approx 180$  เมตร

คุณหมอสั่งนายหนึ่งให้เดินอย่างน้อยวันละ 1,500 เมตร

ดังนั้นนายหนึ่งจะต้องเดินรอบสนามอย่างน้อย  $\frac{1,500}{180} \approx 9$  รอบจึงได้ระยะทางตามที่

หมอสั่ง

**หน่วยการวัดความยาว**

หน่วยการวัดความยาวที่สำคัญ ซึ่งผู้เรียนควรรู้จักมีดังนี้

1 เมตร	เท่ากับ	100 เซนติเมตร
1 กิโลเมตร	เท่ากับ	1,000 เมตร
1 ฟุต	เท่ากับ	12 นิ้ว
1 วา	เท่ากับ	2 เมตร
1 นิ้ว	เท่ากับ	2.54 เซนติเมตร( โดยประมาณ)
1 ไมล์	เท่ากับ	1.6093 กิโลเมตร( โดยประมาณ)

ตัวอย่างที่ 3 สหรัถ สังคปรีชา นักแสดงที่มีชื่อเสียงสูง 180 เซนติเมตร ส่วนโรเจอร์ เฟเดอเรอร์

เป็นนักเทนนิสอาชีพชาวสวิส สูง 6 ฟุต 1 นิ้ว อยากทราบว่าใครสูงกว่ากัน และสูงกว่าเท่าไร

**วิธีทำ**

เนื่องจาก 1 ฟุตเท่ากับ 12 นิ้ว

ดังนั้น โรเจอร์ เฟเดอเรอร์ สูง 6 ฟุต 1 นิ้ว เท่ากับ  $(6 \times 12) + 1 = 73$  นิ้ว



เนื่องจาก 1 นิ้ว เท่ากับ 2.54 เซนติเมตรโดยประมาณ

ดังนั้น โรเจอร์ เฟเดอเรอร์ สูงประมาณ  $73 \times 2.54 \approx 185.42$  เซนติเมตร

แต่สหรับ ลังคปริชา สูง 180 เซนติเมตร

นั่นคือ โรเจอร์ เฟเดอเรอร์ สูงกว่า สหรับ ประมาณ  $185.42 - 180 \approx 5.42$  เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 4 ผ้าปูโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 85 เซนติเมตร ยาว 1.5 เมตร ต้องการติดผ้าลูกไม้รอบชายผ้าทั้งหมด ต้องใช้ผ้าลูกไม้ยาวกี่เมตร

วิธีทำ

เนื่องจาก 100 เซนติเมตร เท่ากับ 1 เมตร

ดังนั้นผ้าปูโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 85 เซนติเมตร เท่ากับ 0.85 เมตร

$$\begin{aligned} \text{เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= 2 \times (\text{ด้านกว้าง} + \text{ด้านยาว}) \\ &= 2 \times (0.85 + 1.5) \quad \text{เมตร} \\ &= 4.7 \quad \text{เมตร} \end{aligned}$$

ถ้าต้องการติดผ้าลูกไม้รอบชายผ้าทั้งหมด ต้องใช้ผ้าลูกไม้ยาว 4.7 เมตร

### สูตรการหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตสองมิติ

$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{ด้านกว้าง} \times \text{ด้านยาว}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน} = \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน} = \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณความยาวเส้นทแยงมุม}$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน}$$

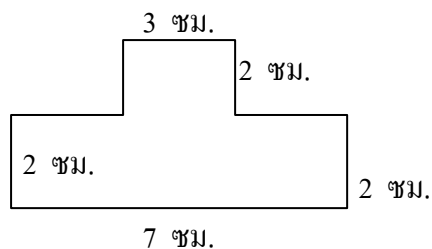
$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมใดๆ} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวของเส้นทแยงมุม} \times \text{ผลบวก}$$

ของ เส้นกึ่งที่ตั้งฉากกับเส้นทแยงมุมนั้น

$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

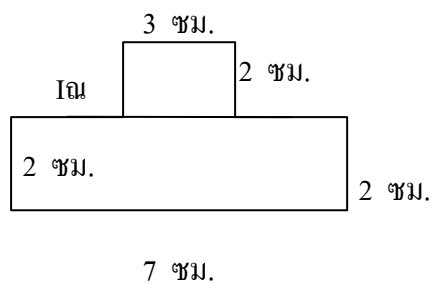
$$\text{พื้นที่ของรูปวงกลม} = \pi r^2 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวของรัศมี}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาพื้นที่ของรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



วิธีทำ

จากรูปที่กำหนดให้ แบ่งเป็น 2 รูปเล็ก



รูปที่ 1 เป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 2 เซนติเมตร ยาว 3 เซนติเมตร

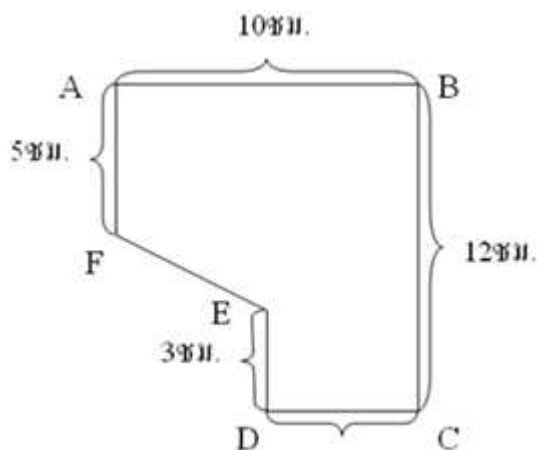
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \text{ด้านกว้าง} \times \text{ด้านยาว} \\
 &= 2 \times 3 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 &= 6 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

รูปที่ 2 เป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 2 เซนติเมตร ยาว 7 เซนติเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \text{ด้านกว้าง} \times \text{ด้านยาว} \\
 &= 2 \times 7 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 &= 14 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

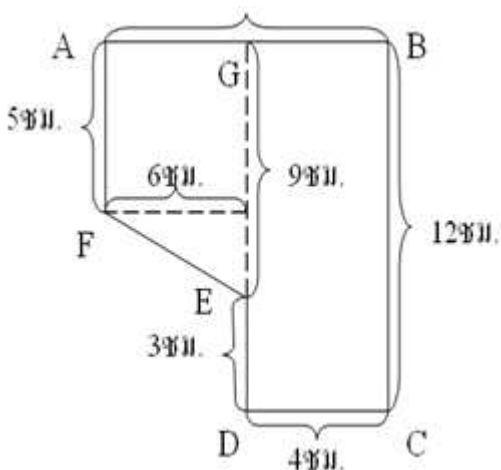
$$\text{ดังนั้นพื้นที่ของรูปที่กำหนดให้} = 6 + 14 = 20 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาพื้นที่ของรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



วิธีทำ

จากรูปที่กำหนดให้ แบ่งเป็น 2 รูปเล็ก



รูปที่ 1 เป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า		BCDG กว้าง 4 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	=	ด้านกว้าง × ด้านยาว
	=	4 × 12      ตารางเซนติเมตร
	=	48      ตารางเซนติเมตร

รูปที่ 2 เป็นพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู AFEG มีด้าน AF และ GE เป็นด้านคู่ขนาน

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน} \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times (5+9) \text{ ตารางเซนติเมตร} \\ &= 42 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นพื้นที่ของรูปที่กำหนดให้} = 48 + 42 = 90 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตัวอย่างที่ 7 ถ้าจ้างคนตัดหญ้าในสนามรูปวงกลมรัศมี 14 เมตร ในราคาตารางเมตรละ 1.50 บาท

จะเสียค่าตัดหญ้าทั้งหมดเท่าไร ( $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$ )

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปวงกลม} &= \pi r^2 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวของรัศมี} \\ &\approx \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \text{ ตารางเมตร} \\ &\approx 616 \text{ ตารางเมตร} \end{aligned}$$

ถ้าจ้างคนตัดหญ้าราคาตารางเมตรละ 1.50 บาท

$$\text{ดังนั้นต้องเสียเงินค่าตัดหญ้าทั้งหมด } 616 \times 1.50 = 924 \text{ บาท}$$

### หน่วยการวัดพื้นที่

หน่วยการวัดพื้นที่ที่สำคัญ ซึ่งผู้เรียนควรรู้จักมีดังนี้

1 ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000 ตารางเซนติเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000 ตารางเมตร
1 ตารางฟุต	เท่ากับ	144 ตารางนิ้ว
1 ไร่	เท่ากับ	4 งาน
1 งาน	เท่ากับ	100 ตารางวา
1 ไร่	เท่ากับ	400 ตารางวา

1 ตารางวา	เท่ากับ	4 ตารางเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	625 ไร่

**ตัวอย่างที่ 8** ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 1 ไร่ 2 งาน 84 ตารางวา และกว้าง 48 เมตร ที่ดินแปลงนี้ยาวกี่เมตร

วิธีทำ

ที่ดิน 1 ไร่ 2 งาน 84 ตารางวา คิดเป็นพื้นที่ 684 ตารางวา

พื้นที่ 1 ตารางวา เท่ากับ 4 ตารางเมตร

ดังนั้นพื้นที่ 684 ตารางวา เท่ากับ  $684 \times 4 = 2,736$  ตารางเมตร

ที่ดินกว้าง 48 เมตร

ดังนั้น ที่ดินแปลงนี้ยาว  $\frac{2,736}{48} = 57$  เมตร

**ตัวอย่างที่ 9** บริเวณที่เลี้ยงม้าแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่ 2 ไร่ 16 ตารางวา มีความกว้าง 24 วา ถ้าจะซื้อลวดหนามมาล้อมที่ดินแห่งนี้ ลวดหนามที่จะใช้ซึ่ง 1 รอบต้องยาวอย่างน้อยที่สุดกี่เมตร

วิธีทำ

ที่ดิน 2 ไร่ 16 ตารางวา คิดเป็นพื้นที่ 816 ตารางวา

ที่ดินกว้าง 24 วา

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ด้านกว้าง  $\times$  ด้านยาว

ดังนั้น ที่ดินแห่งนี้ยาว  $\frac{816}{24} = 34$  วา

เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า =  $2 \times (\text{ด้านกว้าง} + \text{ด้านยาว})$

$$= 2 \times (24 + 34) \text{ วา}$$

$$= 116 \text{ วา}$$

เนื่องจากความยาว 1 วา เท่ากับ 2 เมตร

ดังนั้นลวดหนามที่จะใช้ซึ่ง 1 รอบต้องยาวอย่างน้อยที่สุด  $116 \times 2 = 232$  เมตร

**ตัวอย่างที่ 10** สนามฟุตบอลรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 35 วา ยาว 65 วา ผู้รับเหมาตัดหญ้าคิดค่าตัดหญ้าตารางเมตรละ 0.75 บาท จะต้องเสียค่าตัดหญ้าเป็นเงินเท่าไร

**วิธีทำ**

สนามฟุตบอลมีความกว้าง 35 วา และความยาว 65 วา

ดังนั้น สนามฟุตบอลมีพื้นที่เป็น  $35 \times 65 = 2,275$  ตารางวา

เนื่องจาก 1 ตารางวา เท่ากับ 4 ตารางเมตร

นั่นคือ สนามฟุตบอลผืนนี้มีพื้นที่เป็น  $2,275 \times 4 = 9,100$  ตารางเมตร

ดังนั้น เสียค่าตัดหญ้าเป็นเงิน  $9,100 \times 0.75 = 6,825$  บาท

**การหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ**

**สูตรการหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติ**

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน})$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน})$$

$$= 2\pi rh + (2 \times \pi r^2)$$

เมื่อ  $r$  คือรัศมีปากกระบอก และ  $h$  คือความสูง

ของทรงกระบอก

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4\pi r^2 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวรัศมีของทรงกลม}$$

**ตัวอย่างที่ 11** จงหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. ทรงกระบอกสูง 11 เซนติเมตร รัศมีของฐาน 2.5 เซนติเมตร

2. รูปทรงกลม มีรัศมี 27 เซนติเมตร ( $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14)

**วิธีทำ** 1. พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = พื้นที่ผิวข้าง + (2 × พื้นที่ฐาน)

$$= 2\pi rh + (2 \times \pi r^2)$$

$$\approx (2 \times 3.14 \times 2.5 \times 11) + (2 \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5)$$

$$\begin{aligned}
 & \approx 211.95 && \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 2. \text{ พื้นที่ผิวของทรงกลม} &= 4\pi r^2 \\
 & \approx 4 \times 3.14 \times 27 \times 27 && \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 & \approx 9,156.24 && \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 12 ลังไม้เปิดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีด้านกว้าง 2 เมตร ยาว 3 เมตร และสูง 1 เมตร  
 ถ้าต้องการทาสีภายนอกทั้งห้าด้าน บริเวณที่ทาสีจะมีพื้นที่เท่าใด

วิธีทำ

ลังไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีด้านกว้าง 2 เมตร ยาว 3 เมตร และสูง 1 เมตร  
 ผนังลังไม้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีสี่ด้าน ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันจะมีพื้นที่เท่ากัน  
 จะได้พื้นที่ของผนังลังไม้คู่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times (\text{ความกว้าง} \times \text{ความสูง}) \\
 &= 2 \times (2 \times 1) \\
 &= 4 \text{ ตารางเมตร}
 \end{aligned}$$

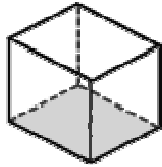
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ของผนังลังไม้อีกคู่หนึ่ง} &= 2 \times (\text{ความยาว} \times \text{ความสูง}) \\
 &= 2 \times (3 \times 1) \\
 &= 6 \text{ ตารางเมตร}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ของพื้น} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \\
 &= 2 \times 3 \\
 &= 6 \text{ ตารางเมตร}
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น บริเวณที่ทาสีทั้งห้าด้าน มีพื้นที่} = 4 + 6 + 6 = 16 \text{ ตารางเมตร}$$

**ตัวอย่างที่ 13** แจนต้องการทำกล่องเหล็กทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 10 นิ้ว ถ้าแผ่นเหล็กราคาตารางนิ้วละ 25 บาท แจนต้องซื้อแผ่นเหล็กเป็นเงินเท่าไรเพื่อทำกล่องใบนี้

**วิธีทำ**



ทรงลูกบาศก์คือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่ากัน

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน}) \\
 &= (\text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{ความสูง}) + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน}) \\
 &= ((10 + 10 + 10 + 10) \times 10) + (2 \times (10 \times 10)) \\
 &= 600 \quad \text{ตารางนิ้ว}
 \end{aligned}$$

ถ้าแผ่นเหล็กราคาตารางนิ้วละ 25 บาท

ดังนั้น แจนต้องซื้อแผ่นเหล็กเป็นเงิน  $600 \times 25 = 15,000$  บาท

### สูตรการหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

เมื่อ  $r$  คือรัศมีปากกระบอก

และ  $h$  คือความสูงของทรงกระบอก

$$\text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \text{เมื่อ } r \text{ คือความยาวรัศมีของทรงกลม}$$

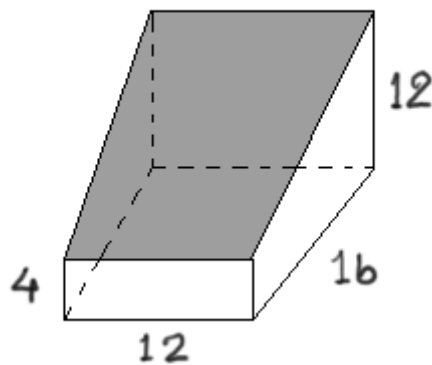


ตัวอย่างที่ 14 จงหาปริมาตรของทรงกลมซึ่งมีรัศมี 27 เซนติเมตร ( $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14)

วิธีทำ

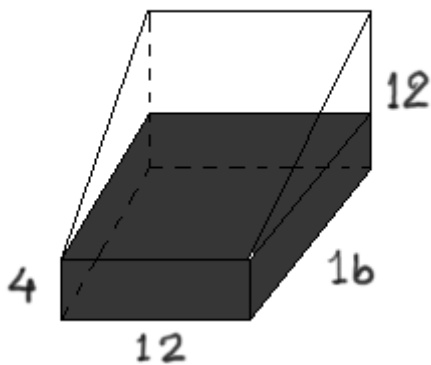
$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวรัศมีของทรงกลม} \\ &\approx \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27 \times 27 \times 27 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\ &\approx 82,406.16 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 15 จงหาปริมาตรของรูปทรงต่อไปนี้ (ความยาวที่กำหนดให้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร)



วิธีทำ

พิจารณารูปทรงที่กำหนดให้ แบ่งออกเป็นสองส่วนปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากและปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก



$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง} \\
 \text{ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากมีปริมาตร} &= 12 \times 16 \times 4 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 &= 768 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรของปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง} \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}\right) \times \text{ความสูง} \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 16\right) \times 12 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 &= 768 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้น ปริมาตรของรูปทรงนี้เท่ากับ} & 768 + 768 = 1,536 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 16 แก้วทรงกระบอกใบหนึ่งมีรัศมี 7 เซนติเมตร สูง 14 เซนติเมตร ใส่น้ำไว้เต็ม เมื่อย่นโลหะทรงกลมลงไปในแก้วแล้วนำโลหะออก พบว่า เหลื่อน้ำในแก้ว ครึ่งหนึ่ง โลหะชนิดนี้มีปริมาตรเท่าไร ( $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$ )

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \\
 &\approx \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 14 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้น แก้วใบนี้มีน้ำอยู่} &\approx 2,156 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ถ้าหย่อนโลหะทรงกลมลงไปในแก้วแล้วนำโลหะออก พบว่า เหลื่อน้ำในแก้ว ครึ่งหนึ่ง} \\
 \text{จะได้ว่า ปริมาตรน้ำที่หายไปครึ่งหนึ่งคือ ปริมาตรของโลหะทรงกลม} \\
 \text{ดังนั้น โลหะชนิดนี้ มีปริมาตรประมาณ} & \frac{2,156}{2} \approx 1,078 && \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

## หน่วยการวัดปริมาตร

หน่วยการวัดปริมาตรที่สำคัญ ซึ่งผู้เรียนควรรู้จักมีดังนี้

1 ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลิตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000	ลิตร
1 ถ้วยตวง	เท่ากับ	8	ออนซ์
1 ช้อนชา	เท่ากับ	5	ลูกบาศก์เซนติเมตร( โดยประมาณ)
1 ถ้วยตวง	เท่ากับ	240	ลูกบาศก์เซนติเมตร

**ตัวอย่างที่ 17** อิ่มอุ่นดื่มนมวันละ 2 ขวด ขวดละ 12 ออนซ์ ในแต่ละวันอิ่มอุ่นได้ดื่มนมกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

**วิธีทำ** นม 2 ขวด ขวดละ 12 ออนซ์ คิดเป็นนม 24 ออนซ์

เนื่องจาก 8 ออนซ์ เท่ากับ 1 ถ้วยตวง

นม 2 ขวด ขวดละ 12 ออนซ์ คิดเป็นนม 3 ถ้วยตวง

เนื่องจาก 1 ถ้วยตวง เท่ากับ 240 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น นม 3 ถ้วยตวง คิดเป็นนม  $3 \times 240 = 720$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

นั่นคือ อิ่มอุ่นดื่มนมวันละ 720 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 18 ก่อสร้างพลาสติกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่งกว้าง 70 เซนติเมตร ยาว 1.5 เมตร สูง 1.2 เมตร ก่อสร้างนี้จะมีปริมาตรกี่ลิตร

วิธีทำ

ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง × ความยาว × ความสูง

ขนาดของกล่อง กว้าง 70 เซนติเมตร

ยาว 1.5 เมตร = 150 เซนติเมตร

สูง 1.2 เมตร = 120 เซนติเมตร

กล่องใบนี้มีปริมาตร =  $70 \times 150 \times 120$

= 1,260,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ปริมาตร 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 ลิตร

ดังนั้น กล่องใบนี้มีปริมาตรเท่ากับ  $\frac{1,260,000}{1,000} = 1,260$  ลิตร

ตัวอย่างที่ 19 โคมไฟฟ้าแก้วรูปทรงกลมมีรัศมีภายนอก 12 เซนติเมตร แก้วหนา 0.3 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของแก้วที่ใช้ทำโคมไฟฟ้านี้ ( $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14)

วิธีทำ

โคมไฟฟ้าแก้วรูปทรงกลมมีรัศมี 12 เซนติเมตร

แก้วหนา 0.3 เซนติเมตร

รัศมีภายใน =  $12 - 0.3 = 11.7$  เซนติเมตร

ปริมาตรของทรงกลม =  $\frac{4}{3}\pi r^3$  เมื่อ  $r$  คือความยาวรัศมีของทรงกลม

ดังนั้น ปริมาตรของโคมไฟฟ้ารวมช่องว่างภายในด้วย

$\approx \frac{4}{3} \times 3.14 \times 12 \times 12 \times 12$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

$\approx 7,234.56$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

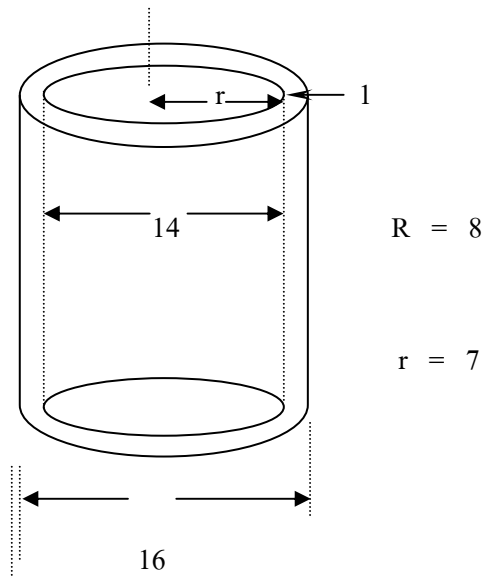
ปริมาตรของช่องว่างภายใน  $\approx \frac{4}{3} \times 3.14 \times 11.7 \times 11.7 \times 11.7$

$\approx 6,705.42$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้น แก้วที่ใช้ทำโคมไฟนี้มีปริมาตร  $\approx 7,234.56 - 6,705.42$

$\approx 529.14$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 20 ท่อเหล็กกลวงทรงกระบอกยาว 21 เซนติเมตร หนา 1 เซนติเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 16 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของเหล็กที่ใช้ทำท่อ ( $\pi$  มีค่าประมาณ  $\frac{22}{7}$ )



วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรท่อกลวง} = \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$= (\pi \times 8^2 \times 21) - (\pi \times 7^2 \times 21)$$

$$= 1,344 \pi - 1,029 \pi$$

$$= 315 \pi$$

$$\approx 315 \times \frac{22}{7} \approx 990 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ดังนั้น ปริมาตรเหล็กที่ใช้ทำท่อประมาณ 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร

**ตัวอย่างที่ 21** ระบายน้ำจากบ่อน้ำใหญ่เข้าบ่อปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีพื้นที่ฐาน 5,400 ตารางฟุต ถ้าระบายน้ำเข้าบ่อปลาได้น้ำทีละ 300 ลูกบาศก์ฟุต ต้องใช้เวลานานเท่าไร ระดับน้ำในบ่อปลาจึงจะสูงขึ้น 20 นิ้ว

### วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{บ่อปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ฐาน} \quad 5,400 \quad \text{ตารางฟุต}$$

$$\text{ถ้าระบายน้ำเข้าบ่อปลาได้น้ำทีละ} \quad 300 \quad \text{ลูกบาศก์ฟุต}$$

$$\text{ดังนั้น ใน 1 นาที ระดับน้ำในบ่อปลาจะสูงขึ้น} \quad \frac{300}{5,400} = \frac{1}{18} \text{ ฟุต}$$

เนื่องจาก 1 ฟุต เท่ากับ 12 นิ้ว

$$\text{ดังนั้น ใน 1 นาที ระดับน้ำในบ่อปลาจะสูงขึ้น} \quad \frac{1}{18} \times 12 = \frac{2}{3} \text{ นิ้ว}$$

$$\text{ถ้าต้องการให้ระดับน้ำในบ่อปลาสูงขึ้น} \quad 20 \quad \text{นิ้ว}$$

$$\text{จะต้องใช้เวลาระบายน้ำเข้าบ่อปลา} = 20 \div \frac{2}{3} = 20 \times \frac{3}{2} = 30 \text{ นาที}$$

**ตัวอย่างที่ 22** แท่งเหล็ก ขนาดกว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 32 เซนติเมตร สูง 0.5 เมตร นำมาหลอมเพื่อหล่อเป็นลูกเปิดทองเหลืองที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 8 เซนติเมตร จะได้ทั้งหมดประมาณกี่ลูก ( $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14)

### วิธีทำ

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ขนาดของแท่งเหล็ก กว้าง} \quad 10 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\text{ยาว} \quad 32 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\text{สูง 0.5 เมตร} \quad = \quad 50 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\text{แท่งเหล็กนี้มีปริมาตร} \quad = \quad 10 \times 32 \times 50$$

$$= 16,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวรัศมีของทรงกลม} \\ &\approx \frac{4}{3} \times 3.14 \times 4 \times 4 \times 4 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\text{ลูกเปตองเหล็กหนึ่งลูกมีปริมาตร} \approx 267.95 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$\text{เมื่อนำแท่งเหล็กมาหลอม เพื่อหล่อเป็นลูกเปตองจะได้ทั้งหมด } \frac{16,000}{267.95} \approx 59 \text{ ลูก}$$

## สรุป

รูปเรขาคณิตสองมิติ มีสูตรการหาเส้นรอบรูปและการหาพื้นที่ ดังนี้

$$\text{เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = 4 \times \text{ความยาวด้าน}$$

$$\text{เส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = 2 \times (\text{ด้านกว้าง} + \text{ด้านยาว})$$

$$\text{เส้นรอบรูปของรูปวงกลม} = 2\pi r \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวของรัศมี}$$

$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{ด้านกว้าง} \times \text{ด้านยาว}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน} = \text{ความยาวของฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน} = \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณความยาวเส้นทแยงมุม}$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกด้านคู่ขนาน}$$

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมใดๆ} = \frac{1}{2} \times \text{ความยาวของเส้นทแยงมุม} \times$$

ผลบวกของเส้นกึ่งที่ตั้งฉากกับเส้นทแยงมุมนั้น

$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ฐาน}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปวงกลม} = \pi r^2 \text{ เมื่อ } r \text{ คือความยาวของรัศมี}$$

รูปเรขาคณิตสามมิติ มีสูตรการหาพื้นที่ผิวและการหาปริมาตร ดังนี้

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน})$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + (2 \times \text{พื้นที่ฐาน})$$

$$= 2\pi rh + (2 \times \pi r^2)$$

$$\text{พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4\pi r^2$$

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} = \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3}\pi r^3$$







5. นายหนุ่มต้องการเดินออกกำลังกายอย่างน้อยวันละ 1 กิโลเมตร ถ้าในหมู่บ้านของนายหนุ่มมีสนามหญ้ารูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 เมตร นายหนุ่มจะต้องเดินอย่างน้อยกี่รอบสนามจึงได้ระยะทางตามที่ต้องการ ( $\pi$  มีค่าประมาณ 3.14 )

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. น้ำทิพย์ต้องการซื้อดินมาถมสนามหญ้าหน้าบ้านซึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 18 เมตร ยาว 22 เมตร โดยยกระดับสูงกว่าระดับเดิม 35 เซนติเมตร ถ้ารถบรรทุกดินคันหนึ่งมีกระบะบรรทุกยาว 3.5 เมตร กว้าง 2 เมตร สูง 1 เมตร จะต้องซื้อดินอย่างน้อยกี่คัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





## เอกสารอ้างอิง

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2553). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน  
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร  
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.  
ลาดพร้าว.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2552). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน  
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตร  
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.

คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน.สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://goo.gl/XQblon>

คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน.สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://goo.gl/K9NeYG>



### บทที่ 3

อัตราส่วน สัดส่วนและร้อยละ

เวลา 6 ชั่วโมง

#### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

อัตราส่วน เป็นการเปรียบเทียบจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ซึ่งเขียนอยู่ในรูปทั่วไปคือ  $a:b$  หรือ  $\frac{a}{b}$  ในการเขียนอัตราส่วนนิยมเขียนให้อยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ ส่วนการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้นั้น หาได้โดยใช้การคูณหรือการหารด้วยจำนวนเดียวกัน และการตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนอาจจะใช้วิธีการคูณไขว้ และการเปรียบเทียบจำนวนตั้งแต่สามจำนวนขึ้นไปในรูปอัตราส่วนนั้น ต้องทำให้อัตราส่วนนั้นๆ เป็นอัตราส่วนเดียวกัน จึงจะเปรียบเทียบกันได้

สัดส่วน เป็นการเขียนแสดงการเท่ากันของสองอัตราส่วน การหาค่าตัวแปรในสัดส่วนหาได้โดยใช้วิธีการคูณ วิธีการหาร และวิธีการคูณไขว้

ร้อยละ เป็นอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังหรือมีตัวส่วนเป็น 100 นิยมเรียกว่า เปอร์เซนต์ เราสามารถเปลี่ยนอัตราส่วนให้เป็นร้อยละ หรือเปลี่ยนร้อยละให้เป็นอัตราส่วนได้

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ
2. เพื่อให้ผู้เรียนหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้
3. เพื่อให้ผู้เรียนใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วน สัดส่วน หาค่าของตัวแปรที่ต้องการได้
4. เพื่อให้ผู้เรียนเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละและเขียนร้อยละให้อยู่ในรูปอัตราส่วนได้
5. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาและตรวจสอบคำตอบเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และดอกเบี้ยได้

#### เนื้อหา

1. อัตราส่วนและการแก้ปัญหา
2. สัดส่วนและการแก้ปัญหา
3. ร้อยละ ดอกเบี้ยและการแก้ปัญหา



**กิจกรรมประกอบการสอน**

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหา
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

**สื่อประกอบการสอน**

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

**การวัดและการประเมินผล**

1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะกระบวนการ โดยการสังเกตการให้เหตุผล
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียน

**อัตราส่วน (Ratio) และ สัดส่วน (Proportion)** เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเปรียบเทียบหรือหาค่าที่เกิดจากการเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ อาทิ การผสมสารเคมีกำจัดวัชพืช ที่ต้องเปรียบเทียบปริมาณสารเคมีกับปริมาณน้ำ หรือการประกอบอาหาร ที่ต้องเปรียบเทียบปริมาณเครื่องปรุง และ วัตถุดิบ เป็นต้น ซึ่งหาได้โดยใช้การคูณหรือการหารด้วยจำนวนเดียวกัน และการตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วน และเราสามารถเปลี่ยนอัตราส่วนให้เป็นร้อยละ **ร้อยละ (Percent)** โดยทำให้เป็นอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังหรือมีตัวส่วนเป็น 100 ซึ่งเราสามารถประยุกต์ ไขกับปัญหาเรื่อง **ดอกเบี้ย (Interest)** ซึ่งมี 2 แบบคือ **ดอกเบี้ยเชิงเดียว (Simple Interest)** และ **ดอกเบี้ยทบต้น (Compound Interest)** ซึ่งปัญหาเหล่านี้สามารถเจอได้ในชีวิตประจำวัน

### อัตราส่วน

อัตราส่วนเป็นการเปรียบเทียบของสิ่งหนึ่งต่อของอีกสิ่งหนึ่งที่มีหน่วยอย่างเดียวกัน เช่น  $a : b$  อ่านว่า a ต่อ b หรือ  $\frac{a}{b}$

**ตัวอย่างที่ 1** ในการเปรียบเทียบความสูงของคนสองคนระหว่างนายสมภพ 150 ซม. และนางสมหวัง 170 ซม. ดังนั้นความสูงของนายสมภพต่อความสูงของนางสมหวัง คือ 150 ต่อ 170 หรือเขียนเป็น

$$\text{นายสมภพ} : \text{นางสมหวัง} = 150 : 170 \text{ หรือ } \text{นางสมหวัง} : \text{นายสมภพ} = 170 : 150$$

**ตัวอย่างที่ 2** จากการสำรวจจำนวนระหว่างผู้ใช้รถยนต์ ผู้ใช้รถจักรยานยนต์ และผู้ใช้รถจักรยานในมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย มีข้อมูลดังต่อไปนี้

ประเภทของยานพาหนะ	จำนวนผู้ใช้(คน)
รถจักรยานยนต์	4,030
รถยนต์	1,601
รถจักรยาน	598

ดังนั้น อัตราส่วนระหว่างผู้ใช้รถจักรยานยนต์กับรถยนต์ คือ 4,030 : 1,601

อัตราส่วนระหว่างผู้ใช้รถจักรยานยนต์กับรถจักรยาน คือ 4,030 : 598

อัตราส่วนระหว่างผู้ใช้รถยนต์กับรถจักรยาน คือ 1,601 : 598

อัตราส่วนระหว่างผู้ใช้รถยนต์กับผู้ใช้ยานพาหนะ คือ 1,601 : 6,229

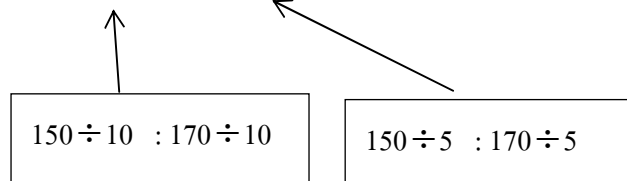
อัตราส่วนระหว่างผู้ใช้รถยนต์ รถมอเตอร์ไซด์ และรถจักรยาน คือ  $1,601 : 598 : 4,030$

### อัตราส่วนที่เท่ากัน

อัตราส่วนที่แสดงอัตราเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 3 จาก ตัวอย่าง 1 ทำให้เราได้ว่าอัตราส่วนที่เท่ากันกับของคำตอบของตัวอย่างที่ 1 คือ

$$150 : 170 = 15 : 17 = 30 : 34 \text{ เป็นต้น}$$



### สัดส่วน

ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงการเท่ากันของ 2 อัตราส่วน เช่น  $a : b = c : d$  อ่านว่า a ต่อ b เท่ากับ c ต่อ d

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าสัดส่วน  $2 : 3 = 10 : x$  ÷ จงหาค่าของ x

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ จักรูปใหม่ได้} \quad & \frac{2}{3} = \frac{10}{x} \\ & 2x = 10 \times 3 \\ & x = \frac{10 \times 3}{2} \\ & x = 15 \end{aligned}$$

### การแก้ปัญหาโจทย์สัดส่วน

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง
2. สมมุติตัวแปร แทนสิ่งที่ต้องการ
3. เขียนเป็นสัดส่วน (เปลี่ยนประโยคภาษาไทยให้เป็นประโยคสัญลักษณ์)
4. หาค่าตัวแปรในสัดส่วน
5. ตรวจสอบคำตอบ (นำคำตอบที่ได้ไปแทนค่าในโจทย์) เพื่อความไม่ประมาท

**ตัวอย่างที่ 5** การผสมปูนใช้ปูนซีเมนต์และทรายผสมกันด้วยอัตราส่วน 4 : 5 ถ้าต้องการปูนฉาบ 45 ถัง จะต้องใช้ปูนซีเมนต์และทรายอย่างละเท่าไร

**วิธีทำ** ปูนซีเมนต์และทรายมีอัตราส่วน 4 : 5

∴ ปริมาณปูนฉาบทั้งหมดเท่ากับ  $4 + 5 = 9$  ปูนซีเมนต์ต่อปูนฉาบทั้งหมดคือ 4 ต่อ 5

$$\begin{aligned} \text{สมมุติให้ ปูนซีเมนต์ จำนวน } x \text{ ถัง ดังนั้น} \quad & \frac{4}{9} = \frac{x}{45} \\ & x = \frac{4 \times 45}{9} \\ & x = 20 \end{aligned}$$

∴ ใช้ปูนซีเมนต์จำนวน 20 ถัง ใช้ทราย จำนวน  $45 - 20 = 15$  ถัง

**ตัวอย่างที่ 6** ในการผสมเครื่องดื่มชนิดหนึ่งจะต้องใช้อัตราส่วนดังนี้ สารเอทิลแอลกอฮอล์ 2 ส่วนต่อ โซดา 8 ส่วน และ อัตราส่วนระหว่าง โซดา ต่อ น้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ เป็น 4 : 1 จงหาว่าถ้าต้องการผลิตเครื่องดื่มชนิดนี้ 4,800 มิลลิลิตร จะต้องใช้ โซดากี่ลิตร

**วิธีทำ** ดังนั้น สารเอทิลแอลกอฮอล์ : โซดา = 2 : 8 \_\_\_\_\_ ①

และ น้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ : โซดา = 1 : 4 \_\_\_\_\_ ②

นำ ② คูณด้วย 2 จะได้ น้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ : โซดา = 2 : 8

ดังนั้น สารเอทิลแอลกอฮอล์ : โซดา : น้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ = 2:8:2

ให้สารทั้งสามชนิดมีหน่วยเป็นมิลลิลิตร ดังนั้นเครื่องดื่มชนิดนี้จะเกิดจาก สาร

เอทิลแอลกอฮอล์ 2 มิลลิลิตร โซดา 8 มิลลิลิตร และน้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ 2 มิลลิลิตร ทำให้

เครื่องดื่มชนิดนี้มีปริมาตร  $2 + 8 + 2 = 12$  มิลลิลิตร แต่จากโจทย์ต้องการ 4,800 มิลลิลิตรดังนั้น

จะต้องเพิ่มอัตราส่วนอย่างละ  $\frac{4800}{12} = 400$  ทำให้ได้อัตราส่วนใหม่เป็น

สารเอทิลแอลกอฮอล์ : โซดา : น้ำที่มีกรดซิตริกผสมอยู่ =  $2 \times 400 : 8 \times 400 : 2 \times 400$

$$= 800 : 3200 : 800$$

ดังนั้น ต้องใช้โซดา 3,200 มิลลิลิตร

**ร้อยละ**

อัตราส่วนที่มีจำนวนหลัง หรือจำนวนที่สองเป็น 100 เช่น 49 : 100 หมายถึง ร้อยละ 49 หรือ 49%

**ตัวอย่างที่ 7** 3.5% ของ 800 เท่ากับเท่าไร

**วิธีทำ** ให้  $x$  เป็นจำนวนที่ต้องการ

$$\text{จัดในรูปอัตราส่วนได้} \quad \frac{3.5}{100} = \frac{x}{800}$$

$$\frac{3.5 \times 800}{100} = x$$

$$x = 28$$

ดังนั้น 3.5% ของ 800 เท่ากับ 28

**ตัวอย่างที่ 8** 20 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 1000

**วิธีทำ** ให้จำนวนที่ต้องการคือ  $x$

$$\text{จัดในรูปอัตราส่วนได้} \quad \frac{x}{100} = \frac{20}{1000}$$

$$x = \frac{20 \times 100}{1000}$$

$$x = 2$$

ดังนั้น 20 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของ 1000 คือ 2

**ตัวอย่างที่ 9** 327 เป็น 75% ของจำนวนใด

**วิธีทำ** ให้  $x$  เป็นจำนวนที่ต้องการ

$$\text{จัดในรูปอัตราส่วนได้} \quad \frac{75}{100} = \frac{327}{x}$$

$$x = \frac{327 \times 100}{75}$$

$$x = 436$$

ดังนั้น 327 เป็น 75% ของ 436

**ตัวอย่างที่ 10** บัวขาวได้รับส่วนแบ่งที่ดินจากการเปิดพินัยกรรมของครอบครัวโดยที่บัวขาวได้ที่ดินจำนวน 237 ไร่ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15 ของจำนวนที่ดินในพินัยกรรม จงหาว่าที่ดินทั้งหมดในพินัยกรรมมีจำนวนกี่ไร่

**วิธีทำ** ให้  $x$  เป็นจำนวนที่ดินทั้งหมด

$$\begin{aligned} \text{จัดในรูปอัตราส่วนได้} \quad \frac{15}{100} &= \frac{237}{x} \\ x &= \frac{237 \times 100}{15} \\ x &= 1,580 \end{aligned}$$

ดังนั้น ที่ดินทั้งหมดในพินัยกรรมเท่ากับ 1,580 ไร่

**ตัวอย่างที่ 11** นายพุงกางกับนางสาวพุงช้อยรับประทานอาหารในร้านอาหารบุฟเฟ่ต์ปิ้งย่างแบบเกาหลีโดยมีราคาหน้าร้าน 320 บาทต่อคน แต่มีค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม 15 % แต่เนื่องจากเป็นวันจันทร์ทางร้านจึงลดให้ 25 % จากราคาป้ายหน้าร้าน จงหาว่านายพุงกางกับนางสาวพุงช้อยจะต้องจ่ายเงินเป็นจำนวนกี่บาท

**วิธีทำ** ขั้นตอนที่ 1 หาราคาที่ต้องจ่ายหลังจากทางร้านลดราคา 25 %

ทำให้ จ่าย 75% จากราคาป้ายหน้าร้าน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{75}{100} &= \frac{x}{320} \\ x &= \frac{75 \times 320}{100} \\ x &= 240 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาราคาที่ต้องจ่ายจริงหลังจากรวมภาษีมูลค่าเพิ่มทำให้ จ่าย 115% จากราคา 240 (ราคาที่ลดแล้ว)

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \frac{115}{100} &= \frac{x}{240} \\ x &= \frac{115 \times 240}{100} \\ x &= 276 \end{aligned}$$

แต่เนื่องจากมี 2 คน จึงต้องจ่าย 552 บาท

## ดอกเบี้ย

ในโลกเราทุกวันนี้ แทบจะกล่าวได้ว่าไม่มีผู้ใดไม่รู้จักคำว่า “ดอกเบี้ย” ทั้งนี้เพราะในการดำรงชีวิตปัจจุบันของคนเรามากเกี่ยวข้องกับเงินเป็นส่วนใหญ่ ทั้งในเรื่องการนำเงินไปลงทุน หรือให้ผู้อื่นกู้ยืมไปใช้ประโยชน์ก็ตาม ซึ่งแน่นอนว่าผู้ลงทุนหรือผู้ให้กู้ย่อมต้องการผลตอบแทนจากการลงทุนหรือการให้กู้ยืมนี้ ผลตอบแทนดังกล่าวนี้เองที่เราเรียกว่า “ดอกเบี้ย” ดอกเบี้ยสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ดอกเบี้ยเชิงเดียว หมายถึง ดอกเบี้ยที่คิดจากเงินต้นเริ่มแรก ซึ่งจำนวนดอกเบี้ยดังกล่าวจะคงที่เท่ากันทุกปีซึ่ง

สูตรทั่วไปในการคำนวณหาดอกเบี้ยเชิงเดียว ดังนี้

$$I = P \times r \times t$$

โดย I แทน จำนวนดอกเบี้ย

P แทน เงินต้น

r แทน อัตราดอกเบี้ย

t แทน ระยะเวลา

และจะได้สูตรในการคำนวณหาเงินรวมซึ่งประกอบไปด้วยเงินต้นและอัตราดอกเบี้ย ดังนี้

$$S = P + I$$

โดยที่ S คือ เงินรวมหรือเงินที่ลูกหนี้จะต้องชำระคืนแก่เจ้าหนี้ทั้งเงินต้นและดอกเบี้ย

หมายเหตุ : ในการคำนวณดอกเบี้ยเชิงเดียวนี้ มีข้อสังเกตที่ควรทราบดังนี้

1. ค่า r เป็นอัตราดอกเบี้ยร้อยละ ดังนั้น การแทนค่าในสูตรจะต้องหารด้วย 100 เสมอ เช่น

ถ้ากำหนดว่า อัตราดอกเบี้ยคือ 15% ในสูตร ก็จะต้องแทนค่า เป็น  $\frac{15}{100}$  หรือ 0.15

2. ค่า r และ t จะต้องสัมพันธ์กัน เช่น ถ้า r คืออัตราดอกเบี้ยต่อเดือน ค่า t ต้องทำให้มี

หน่วยเป็นเดือนด้วย ถ้า r คือ อัตราดอกเบี้ยต่อปี ค่า t ก็จะต้องทำให้มีหน่วยเป็นปีด้วย

ตัวอย่างที่ 12 จัดสรรเงินจากแหล่งเงินกู้ยืมที่ชื่อว่าพระพักตร์โลหิตมา 100,000 บาท เป็นเวลา 3 ปีมาแล้ว โดยที่พระพักตร์โลหิตคิดดอกเบี้ยเชิงเดียวในอัตรา 15% อยากทราบว่าจัดสรรจะต้องใช้หนี้ทั้งเงินต้นและดอกเบี้ยรวมเป็นเงินเท่าไร

วิธีทำ ขั้นที่ 1 หาดอกเบี้ย

$$\text{สูตร } I = P \times r \times t$$

$$\text{จากโจทย์ } P = 100,000 \text{ บาท } t = 3 \text{ ปี } r = 15\%$$

$$\text{ดังนั้น } I = 100,000 \times 3 \times \frac{15}{100}$$

นั่นคือดอกเบี้ยเท่ากับ 45,000 บาท

ขั้นที่ 2 เงินต้นและดอกเบี้ยรวม

$$\text{สูตร } S = P + I$$

$$\text{ดังนั้น } = 100,000 + 45,000$$

$$= 145,000$$

เพราะฉะนั้นจัดสรรจะต้องใช้หนี้พระพักตร์โลหิตทั้งเงินต้นและดอกเบี้ยรวมเป็นเงิน 145,000 บาท

2. ดอกเบี้ยทบต้น หมายถึง ดอกเบี้ยที่คิดจากเงินต้นเริ่มแรกบวกกับดอกเบี้ยที่ได้รับในแต่ละงวดที่ผ่านมาโดยมีแนวคิดว่าจะได้มีการนำจำนวนดอกเบี้ยที่ได้รับในงวดก่อน ๆ นั้นไปลงทุนต่อ อันจะมีผลให้ดอกเบี้ยที่คำนวณได้เพิ่มขึ้นทุกปีตามเงินต้นที่เพิ่มขึ้นนั้น

การคำนวณดอกเบี้ยทบต้นจะยุ่งยากกว่าการคำนวณดอกเบี้ยเชิงเดียว เพราะเงินต้นที่นำมาคิดดอกเบี้ยในแต่ละปีจะไม่เท่ากันและนอกจากนี้ ในวงการธุรกิจประเภทต่างๆ ก็ยังนิยมคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อช่วงเวลาที่แตกต่างกันอีกด้วย เช่น อาจจะคิดดอกเบี้ยทบต้นต่อปี ต่อครึ่งปี ต่อเดือนจนไปถึงต่อวันก็ได้ อีกทั้งในการลงทุนบางอย่าง ผลตอบแทนกว่าจะได้รับใช้เวลาหลายปีมาก ดังนั้น จึงมีการคิดสูตรทั่วไปในการหาดอกเบี้ยทบต้น ดังนี้

ถ้ากำหนดให้  $P$  แทน เงินต้น

$i$  แทน อัตราดอกเบี้ยต่องวด

$n$  แทน จำนวนงวดทั้งหมด

$S_n$  แทน เงินรวมปลายงวดที่  $n$



สูตรทั่วไปในการคำนวณหาเงินรวมในปีที่  $n$  หรือมูลค่าของเงินต้นจำนวนหนึ่งที่ฝากเมื่อต้นปีที่ 1 เป็นเวลา  $n$  ปี อัตราดอกเบี้ย  $i$  % ต่อปี โดยที่ผู้ฝากจะไม่มีมารับดอกเบี้ยไปใช้ก่อนถึงกำหนดเวลา ดังนี้

$$S_n = P(1+i)^n$$

และสูตรทั่วไปที่ใช้คำนวณหาดอกเบี้ยทบต้น ได้ดังนี้

$$I = S_n - P$$

โดยที่  $I$  คือ จำนวนดอกเบี้ยทบต้นที่ต้องการหา

หมายเหตุ : ในการคำนวณหาเงินรวมและดอกเบี้ยทบต้น มีข้อสังเกตที่ควรทราบ คือ ค่า  $i$  และ  $n$  จะต้องสัมพันธ์กัน เช่น ถ้า  $i$  คืออัตราดอกเบี้ยต่อเดือน  $n$  ก็ต้องนับเป็นจำนวนเดือนด้วย หรือ ถ้า  $i$  คืออัตราดอกเบี้ยต่อ 6 เดือน  $n$  ก็ต้องนับจำนวนงวดโดยที่ 1 งวดคือ 6 เดือนด้วย แต่เนื่องจากค่า  $i$  มักนิยมคิดเป็นต่อปี ดังนั้น เพื่อให้สอดคล้องกับค่า  $n$  จึงใช้สูตรดังนี้

$$\text{อัตราดอกเบี้ยต่องวด (i)} = \frac{\text{อัตราดอกเบี้ยต่อปีที่กำหนด}}{\text{จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยใน 1 ปี}}$$

ส่วนจำนวนงวด ก็สามารถทำได้ ดังนี้

$$\text{จำนวนงวดทั้งหมด (n)} = \text{จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยใน 1 ปี} \times \text{จำนวนปีที่กู้ยืม}$$

**ตัวอย่างที่ 13** นายบุญตระกูลฝากเงินไว้ที่ธนาคารแห่งหนึ่งเป็นจำนวนเงิน 100,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 7% ต่อปี โดยธนาคารจะคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นให้ทุก ๆ 6 เดือน ถ้านายบุญตระกูลฝากเงินไว้เป็นเวลา 5 ปีแล้วโดยที่ไม่ได้ถอนเงินเลย อยากทราบว่า

ก. นายบุญตระกูลจะมีเงินในบัญชีเท่าไร

ข. นายบุญตระกูลได้รับดอกเบี้ยจำนวนเท่าไร

วิธีทำ ก. สูตร  $S_n = P(1+i)^n$

จากโจทย์  $P = 100,000$  บาท

$$i = \frac{0.07}{2} = 0.035$$

$$n = 2 \times 5 = 10 \text{ งวด}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า} \quad S_n &= 100,000(1 + 0.035)^{10} \\ &= 100,000(1.4106) \end{aligned}$$

ดังนั้นเงินในบัญชีเท่ากับ 141,060 บาท

$$\text{ข. สูตร} \quad I = S_n - P$$

$$\text{จากโจทย์} \quad P = 100,000 \text{ บาท}$$

$$S_n = 141,060 \text{ บาท}$$

$$\text{แทนค่า} \quad I = 141,060 - 100,000$$

ได้รับดอกเบี้ยจำนวนเท่ากับ 41,060 บาท

## สรุป

ในการเปรียบเทียบนั้นวิชาคณิตศาสตร์ได้มีระเบียบวิธีที่ใช้เปรียบเทียบ ซึ่งเรียกว่า อัตราส่วน ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป และเขียนอยู่ในรูปทั่วไปคือ  $a : b$  หรือ  $\frac{a}{b}$  ในการเขียนอัตราส่วนนิยมเขียนให้อยู่ในรูปอัตราส่วนอย่างต่ำ ส่วนการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ นั้น หาได้โดยใช้การคูณหรือการหารด้วยจำนวนเดียวกัน และการตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนอาจจะใช้วิธีการคูณไขว้ และการเปรียบเทียบจำนวนตั้งแต่สามจำนวนขึ้นไปในรูปอัตราส่วนนั้น ต้องทำให้อัตราส่วนนั้นๆ เป็นอัตราส่วนเดียวกัน จึงจะเปรียบเทียบกันได้ และการเขียนแสดงการเท่ากันของสองอัตราส่วน เราเรียกว่า สัดส่วนซึ่งจะใช้แก้ปัญหาในการหาคำตอบของตัวแปรที่เกิดจากอัตราส่วน และอัตราส่วนที่เราคุ้นเคยอีกหนึ่งก็คือ ร้อยละ ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่มีจำนวนหลังหรือมีตัวส่วนเป็น 100 เราสามารถเปลี่ยนอัตราส่วนให้เป็นร้อยละ หรือเปลี่ยนร้อยละให้เป็นอัตราส่วนได้ และประโยชน์ของร้อยละยังใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยได้อีกด้วย

.....

**แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 3**

1. โทโน่แบ่งเงินให้หลาน 2 คน โดยให้อัตราส่วนคนโตต่อคนเล็กเป็น 5 : 4 ถ้าโทโน่มีเงิน 630,000 บาท หลานแต่ละคนจะได้รับส่วนแบ่งคนละเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในสวนของลูกเกิดมีต้นมะม่วง  $\frac{4}{5}$  ของจำนวนต้นชมพูงา

2.1 อัตราส่วนระหว่างจำนวนต้นมะม่วงต่อจำนวนต้นชมพู

.....

2.2 ถ้ามีต้นมะม่วง 200 ต้น จะมีชมพูกี่ต้น

.....

2.3 ถ้ามีต้น ชมพู 300 ต้น จะมีมะม่วงกี่ต้น

.....

2.4 ถ้าในสวนนี้มีต้นมะม่วงและต้นชมพูรวมกัน 54 ต้น จะมีมะม่วงและต้นชมพูอย่างละกี่ต้น

.....

.....







8. โรงเรียนมีอัตราส่วนของนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิงเป็น 5 : 7 โดยมีนักเรียนหญิงมากกว่านักเรียนชายอยู่ 264 คน และต้องจ่ายเงินค่านมกล่องละ 11.50 บาท สำหรับนักเรียนทุกคน ดังนั้นต้องจ่ายเงินเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.จงหาค่าของแต่ละข้อ

9.1 40% ของ 30 เป็นเท่าใด

.....

.....

.....

9.2 5.2% ของ 950 เป็นเท่าใด

.....

.....

.....

9.3 93 เป็น 20% ของจำนวนใด

.....

.....

.....









### เอกสารอ้างอิง

การคำนวณดอกเบี้ย.สืบค้นเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <http://www.1213.or.th/th/serviceunderbot>

ดอกเบี้ย.สืบค้นเมื่อ 30 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.bot.or.th>

อัตราดอกเบี้ย.สืบค้นเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <https://www.tmbbank.com>

Kellison, Stephen G. (1970). *The Theory of Interest*. Richard D. Irwin, Inc. Library of Congress  
Catalog Card No. 79-98251.

## บทที่ 4

การคำนวณภาษีในชีวิตประจำวัน

เวลา 6 ชั่วโมง

### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา เป็นภาษีที่รัฐจัดเก็บจากผู้ที่มีรายได้ซึ่งได้มาในรูปแบบต่าง ๆ ในทางกฎหมายได้แยกประเภทของเงินได้บุคคลธรรมดาไว้ ในมาตรา 40 (1) – (8) การคำนวณหักค่าใช้จ่าย และการคำนวณหักลดหย่อนภาษี ซึ่งเป็นตัวบทกฎหมายที่ต้องศึกษา จากนั้นจึงคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา โดยผู้เสียภาษีมียุทธวิธียื่นแบบแสดงภาษีโดยใช้แบบ ภ.ง.ด. 90 หรือ ภ.ง.ด. 91 ตามที่กฎหมายกำหนด สำหรับภาษีมูลค่าเพิ่ม (Value added tax) เป็นภาษีตามประมวลรัษฎากร เป็นภาษีทางอ้อมที่จัดเก็บจากการขายสินค้าหรือการให้บริการโดยผู้มีหน้าที่เสียภาษีมูลค่าเพิ่ม ได้แก่ ผู้ขายสินค้าและผู้ให้บริการ โดยผู้ขายสินค้าและผู้ให้บริการสามารถเรียกเก็บได้จากผู้ซื้อสินค้าหรือผู้รับบริการตามอัตราภาษีที่กำหนด ซึ่งปัจจุบันอัตราภาษีมูลค่าเพิ่มมีอัตราร้อยละ 7 ของมูลค่าสินค้าหรือบริการ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดาตามแบบ ภ.ง.ด. 90 และ ภ.ง.ด. 91 ได้
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคำนวณภาษีมูลค่าเพิ่มได้
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดาและการคำนวณภาษีมูลค่าเพิ่มไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม

### เนื้อหา

1. ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดาตามแบบ ภ.ง.ด. 90 และ ภ.ง.ด. 91
2. ภาษีมูลค่าเพิ่ม

### กิจกรรมประกอบการสอน

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหา
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

### สื่อประกอบการสอน

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

### การวัดและการประเมินผล

1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ โดยการสังเกตการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

ภาษีเป็นรายรับประเภทรายได้ของรัฐบาลที่ถือว่าสำคัญอย่างยิ่งและเป็นยอดรายรับที่สูงที่สุดเมื่อเทียบกับรายรับอื่น ๆ ที่รัฐบาลจะได้มาเพื่อใช้ในการพัฒนาประเทศ ซึ่งมีการจัดเก็บหลากหลายประเภทต่างกันไปตามประมวลกฎหมาย โดยภาษีที่รัฐบาลจัดเก็บและเป็นภาษีที่สำคัญมากประเภทหนึ่ง คือรายได้ที่เป็นภาษีอากร เป็นรายได้ที่รัฐบาลบังคับเก็บจากประชาชนโดยอาศัยอำนาจทางกฎหมาย ประชาชนของชาติที่มีรายได้ตามที่กฎหมายกำหนดจึงต้องเสียภาษีเพื่อเป็นรายได้ของรัฐบาลที่นำไปใช้ในการพัฒนาประเทศเพื่อให้ประชาชนมีความเป็นอยู่ดี มีงานทำ มีความมั่นคง และมีความปลอดภัยในชีวิตและทรัพย์สิน

ในบทนี้จะศึกษาภาษีที่เกี่ยวข้องกับประชาชนและสำคัญกับผู้มีเงินได้ซึ่งได้มาจากการประกอบอาชีพทั่ว ๆ ไป คือ ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา (ภ.ง.ด. 90 – ภ.ง.ด. 91) และภาษีมูลค่าเพิ่ม (VAT)

#### **ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา**

ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา คือ ภาษีที่จัดเก็บจากบุคคลทั่วไป หรือจากหน่วยภาษีที่มีลักษณะพิเศษ ตามที่กฎหมายกำหนดและมีรายได้เกิดขึ้นตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยปกติจัดเก็บเป็นรายปี รายได้ที่เกิดขึ้นในปีใด ๆ ผู้มีรายได้มีหน้าที่ต้องนำไปแสดงรายการตนเองตามแบบแสดงรายการภาษีที่กำหนดภายในเดือนมกราคม ถึง เดือนมีนาคมของปีถัดไป โดยการยื่นแบบแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ แบบแสดงรายการภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ภ.ง.ด. 90 และ แบบแสดงรายการภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ภ.ง.ด. 91 โดยผู้มีหน้าที่ยื่นแบบ ภ.ง.ด. 90 และ ภ.ง.ด. 91 มีรายละเอียดดังนี้

ผู้มีหน้าที่ยื่นแบบ ภ.ง.ด. 90 ได้แก่ ผู้มีเงินได้พึงประเมินตามมาตรา 40 (1) - (8) แห่งประมวลรัษฎากรหลายประเภทหรือประเภทเดียว (แต่มิใช่เงินได้ตามมาตรา 40 (1) แห่งประมวลรัษฎากรประเภทเดียว) ตามเกณฑ์ต่อไปนี้

1. ผู้มีเงินได้จากการทำงานหรือกิจการค้าทั่วไปที่มีใหม่เกิดจากการจ้างแรงงานที่ได้รับในปีภาษีนั้น (ตั้งแต่ 1 มกราคม ถึง 31 ธันวาคม)
2. กรณีไม่มีคู่สมรสต้องมีเงินได้พึงประเมินเกิน 30,000 บาท
3. กรณีมีคู่สมรสไม่ว่าฝ่ายเดียวหรือทั้งสองฝ่าย ต้องมีเงินได้พึงประเมินรวมกัน เกิน 60,000 บาท

ผู้มีหน้าที่ยื่นแบบ ภ.ง.ด. 91 ได้แก่ ผู้มีเงินได้จากการจ้างแรงงาน ตามมาตรา 40 (1) แห่งประมวลรัษฎากรประเภทเดียว ตามเกณฑ์ต่อไปนี้

1. ผู้มีเงิน ได้จากการจ้างแรงงานประเภทเงินเดือน ค่าจ้างที่ได้รับในปีภยานั้น (ตั้งแต่ 1 มกราคม ถึง 31 ธันวาคม)
2. กรณี ไม่มีคู่สมรสต้องมีเงิน ได้พึงประเมินเกิน 50,000 บาท
3. กรณี ที่มีคู่สมรสไม่ว่าฝ่ายเดียว หรือทั้งสองฝ่าย ต้องมีเงิน ได้พึงประเมินรวมกัน เกิน 100,000 บาท

### ผู้มีเงินได้พึงประเมินแยกตามประเภท มาตรา 40 (1) – (8)

เนื่องจากผู้มีเงิน ได้ประกอบอาชีพแตกต่างกัน มีความยากง่ายหรือต้นทุนที่แตกต่างกัน เพื่อความ เป็นธรรม ในกฎหมายจึงได้แบ่งลักษณะเงิน ได้ (พึงประเมิน) ออกเป็นกลุ่ม ๆ ตามความเหมาะสมเพื่อกำหนดวิธีคำนวณภาษีให้เกิดความเป็นธรรมมากที่สุด ดังนี้

1. เงินได้ประเภทที่ 1 40 (1) ได้แก่ เงิน ได้เนื่องจากการจ้างแรงงาน ไม่ว่าจะเป็น เงินเดือน ค่าจ้าง เบี้ยเลี้ยง โบนัส เบี้ยหวัด บำเหน็จ บำนาญ
2. เงินได้ประเภทที่ 2 40 (2) ได้แก่ เงิน ได้เนื่องจากหน้าที่หรือตำแหน่งงานที่ทำ หรือจากการรับทำงานให้ ไม่ว่าจะเป็น ค่าธรรมเนียม ค่านายหน้า ตลอดจน เงิน ทรัพย์สิน หรือประ โยชน์ใด ๆ ที่ได้เนื่องจากหน้าที่หรือตำแหน่งงานที่ทำ หรือจากการรับทำงานให้
3. เงินได้ประเภทที่ 3 40 (3) ได้แก่ ค่าแห่งกึ่งดีวิลล์ (Goodwill) หมายถึงค่าความนิยมที่เป็นผลมาจากการประกอบธุรกิจด้วยความยุติธรรม มีคุณภาพดีจนเป็นที่เชื่อถือและวางใจของลูกค้า ค่าแห่งลิขสิทธิ์หรือสิทธิอย่างอื่น เงินปี หรือเงิน ได้ที่มีลักษณะเป็นเงินรายปีอัน ได้มาจากพันธกรรม นิติกรรมอย่างอื่น หรือคำพิพากษาของศาล
4. เงินได้ประเภทที่ 4 40 (4) เงิน ได้จากเงินลงทุน ได้แก่ ดอกเบี้ย เงินปันผล เงินส่วนแบ่งกำไร เงินลดทุน เงินเพิ่มทุน ผลประ โยชน์ที่ได้จากการ โอนหุ้น เป็นต้น
5. เงินได้ประเภทที่ 5 40 (5) เงิน ได้จากการให้เช่าทรัพย์สิน หรือเงินที่ได้จากประ โยชน์อย่างอื่น เช่น การผิดสัญญาเช่าซื้อทรัพย์สิน การผิดสัญญาซื้อขายเงินผ่อนซึ่งผู้ขายได้รับคืนทรัพย์สินที่ซื้อขายนั้นโดยไม่ต้องคืนเงินหรือประ โยชน์ที่ได้รับไว้แล้ว
6. เงินได้ประเภทที่ 6 40 (6) ได้แก่ เงิน ได้จากวิชาชีพอิสระ คือ วิชากฎหมาย การประกอบโรคศิลป์ วิศวกรรม สถาปัตยกรรม การบัญชี ประณีตศิลปกรรม หรือวิชาอื่นซึ่งจะได้มีพระราชกฤษฎีกา กำหนดไว้
7. เงินได้ประเภทที่ 7 40 (7) ได้แก่ เงิน ได้จากการรับเหมาที่ผู้รับเหมาต้องลงทุนด้วยการจัดหาสัมภาระในส่วนสำคัญนอกจากเครื่องมือ
8. เงินได้ประเภทที่ 8 40 (8) ได้แก่ เงิน ได้จากการธุรกิจ การพาณิชย์ การเกษตร การอุตสาหกรรม

การขนส่ง การขายอสังหาริมทรัพย์ หรือการอื่นนอกจากที่ระบุไว้ในประเภทที่ 1 ถึงประเภทที่ 7

### รายการคำนวณหักค่าใช้จ่าย เงินได้พึงประเมินแต่ละกรณี

1. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 1 และ 2 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายให้หักค่าใช้จ่ายเป็นการเหมา ตามเงื่อนไขที่กำหนดดังนี้

(1) ผู้มีเงินได้สามารถหักค่าใช้จ่ายเป็นการเหมาได้ร้อยละ 40 ของเงินได้ แต่รวมกันแล้วต้องไม่เกิน 60,000 บาท

(2) ในกรณีสามีภริยา ต่างฝ่ายต่างมีเงินได้และความเป็นสามีภริยาได้มีอยู่ตลอดปีภาษี ให้ต่างฝ่ายต่างหักค่าใช้จ่ายได้ร้อยละ 40 แต่ไม่เกินฝ่ายละ 60,000 บาท

2. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 3 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายยอมให้หักค่าใช้จ่ายได้เฉพาะเงินได้ที่เป็นค่าแห่งลิขสิทธิ์ โดยให้หักเป็นการเหมาได้ร้อยละ 40 ของค่าแห่งลิขสิทธิ์แต่ไม่เกิน 60,000 บาท

สำหรับค่าแห่งคู่มือวีดิทัศน์ หรือสิทธิอย่างอื่น เงินปี หรือเงินได้ที่มีลักษณะเป็นเงินรายปีอันได้มาจาก พินัยกรรม นิติกรรมอย่างอื่น หรือคำพิพากษาของศาล ไม่ยอมให้หักค่าใช้จ่ายใด ๆ ทั้งสิ้น

3. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 4 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายไม่ยอมให้หัก ค่าใช้จ่ายใด ๆ ทั้งสิ้น

4. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 5 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายให้หักค่าใช้จ่ายได้ ดังนี้

(1) การให้เช่าทรัพย์สิน ผู้มีเงินได้มีสิทธิเลือกหักค่าใช้จ่ายวิธีใดวิธีหนึ่งดังนี้

ก. หักตามความจำเป็นและสมควร

ข. หักเป็นการเหมาในอัตราที่กำหนด ร้อยละ 30

(2) การคิดสัญญาเช่าซื้อทรัพย์สิน กฎหมายยอมให้ผู้มีเงินได้หักค่าใช้จ่ายเป็นการเหมาได้ร้อยละ 20 วิธีเดียว

(3) การคิดสัญญาซื้อขายเงินผ่อน ซึ่งผู้ขายได้รับคืนทรัพย์สินที่ซื้อขายนั้น โดยไม่ต้องคืนเงินหรือประโยชน์ที่ได้รับไว้แล้ว กฎหมายยอมให้หักค่าใช้จ่ายเป็นการเหมาได้ร้อยละ 20 วิธีเดียว



5. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 6 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายยอมให้เลือกหักค่าใช้จ่ายวิธีใดวิธีหนึ่งดังนี้

5.1 ให้หักตามความจำเป็นและสมควร

5.2 ให้หักเป็นการเหมาดังต่อไปนี้

5.2.1 เงินได้จากการประกอบวิชาชีพอิสระ การประกอบโรคศิลป์ ให้หักค่าใช้จ่ายร้อยละ

60

5.2.2 เงินได้จากการประกอบวิชาชีพอิสระนอกจาก 5.2.1 หักค่าใช้จ่ายได้ร้อยละ 30

6. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 7 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายยอมให้หักค่าใช้จ่ายวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังนี้

6.1 หักตามความจำเป็นและสมควร

6.2 หักเป็นการเหมาในอัตราร้อยละ 70

7. เงินได้พึงประเมินประเภทที่ 8 ในการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา กฎหมายยอมให้เลือกหักค่าใช้จ่ายวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังนี้

7.1 หักตามความจำเป็นและสมควร

7.2 หักเป็นการเหมาในอัตราร้อยละตามที่กฎหมายกำหนด

### สิทธิหักลดหย่อนสำหรับผู้มีเงินได้บุคคลธรรมดา

การหักลดหย่อน หมายถึง รายการต่าง ๆ ที่กฎหมายได้กำหนดให้หักได้เพิ่มขึ้นหลังจากได้หักค่าใช้จ่ายแล้ว เพื่อเป็นการบรรเทาภาระภาษีให้แก่ผู้เสียภาษี ก่อนนำเงินได้ที่เหลือซึ่งเรียกว่า เงินได้สุทธิ ไปคำนวณภาษีตามบัญชีอัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา รายการหักลดหย่อนกรณีต่าง ๆ มีดังนี้

1. การหักลดหย่อนในกรณีทั่วไป

1.1 ผู้มีเงินได้ 30,000 บาท (ไม่ว่าจะอยู่ในประเทศไทยถึง 180 วัน หรือไม่ก็ตาม)

ตาม)

1.2 สามีนหรือภริยาของผู้มีเงินได้ 30,000 บาท

1.2.1 สามีนหรือภริยาของผู้มีเงินได้ที่มีสิทธิหักลดหย่อน จะต้องเป็นสามีนหรือภริยาชอบด้วยกฎหมาย การสมรส ไม่ครบปีภาษีก็มีสิทธิหักลดหย่อนได้ เช่น จดทะเบียนสมรสระหว่างปีภาษี หรือตายในระหว่างปีภาษี ก็มีสิทธิหักลดหย่อนได้ 30,000 บาท

1.2.2 สามีนหรือภริยาของผู้มีเงินได้ที่จะนำมาหักลดหย่อนจะต้องไม่มีเงินได้พึงประเมินหรือมีแต่ไม่ได้แยกคำนวณภาษี เช่น สามีนหรือภริยาแต่งงานครบปีภาษีและต่างฝ่ายต่างมีเงินได้ประเภทที่ 1 กรณีดังกล่าว ภริยาสามารถแยกคำนวณภาษีต่างหากจากสามีนได้โดยชอบ ทั้งสามีนหรือภริยา

จึงไม่มีสิทธินำคู่สมรสมาหักลดหย่อนได้ แต่หากภริยามีเงินได้ประเภทอื่น (2 - 8) ให้สามีนำเงินได้ของภริยามารวมคำนวณและมีสิทธินำคู่สมรสมาหักลดหย่อนได้

1.3 การหักลดหย่อนบุตร ให้หักสำหรับบุตรชอบด้วยกฎหมาย หรือบุตรบุญธรรมของผู้มีเงินได้ รวมทั้งบุตรชอบด้วยกฎหมายของสามีหรือภริยาของผู้มีเงินได้ด้วย โดยมีเงื่อนไขว่าบุตรที่เกิดก่อน หรือในพ.ศ. 2522 หรือที่ได้รับเป็นบุตรบุญธรรม ก่อน พ.ศ. 2522 คนละ 15,000 บาท บุตรที่เกิดหลัง พ.ศ. 2522 หรือที่ได้รับเป็นบุตรบุญธรรมในหรือหลัง พ.ศ. 2522 คนละ 15,000 บาท แต่รวมกันต้องไม่เกิน 3 คน การนับจำนวนบุตรให้นับเฉพาะบุตรที่มีชีวิตอยู่ตามลำดับอายุสูงสุดของบุตร โดยให้นับรวมทั้งบุตรที่ไม่อยู่ในเกณฑ์ได้รับการหักลดหย่อนด้วย

การหักลดหย่อนสำหรับบุตร ให้หักได้เฉพาะบุตรซึ่งมีอายุไม่เกิน 25 ปี และยังคงศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัยหรือชั้นอุดมศึกษาเฉพาะภายในประเทศให้ลดหย่อนเพื่อการศึกษาได้อีกคนละ 2,000 บาท หรือเป็นผู้เยาว์ หรือศาลสั่งให้เป็นคนไร้ความสามารถหรือเสมือนไร้ความสามารถอันอยู่ในความอุปการะเลี้ยงดู

1.4 เบี้ยประกันภัย ที่ผู้มีเงินได้จ่ายไปในปีภาษี สำหรับการประกันชีวิตของผู้มีเงินได้ ตามจำนวนที่จ่ายจริง โดยส่วนแรกหักได้ 10,000 บาท ส่วนที่เกิน 10,000 บาท หักได้ไม่เกินเงินได้หลังจากหักค่าใช้จ่าย แต่ไม่เกิน 90,000 บาท ทั้งนี้เฉพาะในกรณีที่กรมธรรม์ประกันชีวิตมีกำหนดเวลาตั้งแต่ 10 ปีขึ้นไป

1.5 เงินสะสม ที่จ่ายเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพ หักลดหย่อนได้ตามจำนวนที่จ่ายจริง แต่ไม่เกิน 10,000 บาท ส่วนที่เกิน 10,000 บาท แต่ไม่เกิน 490,000 บาท เป็นเงินที่ได้รับยกเว้นภาษี โดยนำจำนวนเงินส่วนที่เกินดังกล่าวหักจากเงินได้พึงประเมิน ก่อนหักค่าใช้จ่ายตามจำนวนที่จ่ายจริงแต่ไม่เกิน 490,000 บาท

1.6 ดอกเบี้ยเงินกู้ยืม การยกเว้นภาษีเงินได้สำหรับเงินได้เท่าที่ได้จ่ายเป็นดอกเบี้ยเงินกู้ยืม สำหรับการกู้ยืมเงินเพื่อซื้อ เช่าซื้อ หรือสร้างอาคารที่อยู่อาศัย โดยจ้างองอาคารที่ซื้อหรือสร้างเป็นประกันการกู้ยืมนั้น ตามจำนวนเงินที่ได้จ่ายไปจริงแต่ไม่เกิน 100,000 บาท

1.7 เงินสมทบ ที่ผู้ประกันตนจ่ายเข้ากองทุนประกันสังคม ตามกฎหมายว่าด้วยการประกันสังคมตามจำนวนที่จ่ายจริง

1.8 ค่าลดหย่อนบิดามารดา กรณีผู้มีเงินได้และคู่สมรสที่มีเงินได้รวมคำนวณภาษี หรือคู่สมรสไม่มีเงินได้ อุปการะเลี้ยงดูบิดามารดาที่มีอายุ 60 ปีขึ้นไป ซึ่งมีรายได้ไม่เพียงพอต่อการเลี้ยงชีพ ผู้มีเงินได้และคู่สมรสมีสิทธิหักลดหย่อนค่าอุปการะเลี้ยงดูบิดามารดาได้คนละ 30,000 บาท ทั้งนี้บิดาหรือมารดาของผู้มีเงินได้หรือคู่สมรสจะต้องออกหนังสือรับรองว่าบุตรคนใดคนหนึ่งเป็นผู้อุปการะเลี้ยงดูเพียงคนเดียว

1.9 ค่าอุปการะเลี้ยงดูบิดามารดา สามีหรือภริยา บุตรชอบด้วยกฎหมายหรือบุตรบุญธรรมของผู้มีเงินได้ บิดามารดาหรือบุตรชอบด้วยกฎหมายของสามีหรือภริยาของผู้มีเงินได้หรือบุคคลอื่นที่ผู้มีเงินได้เป็นผู้ดูแลตามกฎหมายว่าด้วยการส่งเสริมและพัฒนาคุณภาพชีวิตคนพิการ คนละ 60,000 บาท โดยบุคคลดังกล่าวต้องเป็นคนพิการซึ่งมีบัตรประจำตัวคนพิการตามกฎหมายว่าด้วยการส่งเสริมและพัฒนาคุณภาพชีวิตคนพิการ หรือเป็นคนทุพพลภาพ มีรายได้ไม่เพียงพอแก่การยังชีพ และอยู่ในความอุปการะเลี้ยงดูของผู้มีเงินได้

1.10 เงินสนับสนุนเพื่อการศึกษา ได้แก่ เงินที่จ่ายเป็นค่าใช้จ่ายเพื่อสนับสนุนการศึกษา มีสิทธิหักลดหย่อนได้ 2 เท่าของจำนวนเงินที่ได้จ่ายไปจริง แต่ไม่เกินร้อยละ 10 ของเงินคงเหลือหลังจากหักค่าใช้จ่ายและค่าลดหย่อนอื่น ๆ แล้ว

2. การหักลดหย่อนในกรณีสามีภริยาต่างฝ่ายต่างมีเงินได้ ถ้าความเป็นสามีภริยาได้มีอยู่ตลอดปีภาษี การหักลดหย่อนผู้มีเงินได้และสามีหรือภริยาของผู้มีเงินได้ให้หักลดหย่อนรวมกันได้ 60,000 บาท แต่ถ้าความเป็นสามีหรือภริยาไม่ได้มีอยู่ตลอดปีภาษี หรือภริยาแยกคำนวณเงินได้พึงประเมินประเภทที่ 1 ต่างหากจากสามี ให้ต่างฝ่ายต่างหักลดหย่อนได้ 30,000 บาท และสำหรับการหักลดหย่อนบุตรและค่าลดหย่อนดอกเบี้ยเงินกู้อื่น ๆ ให้ต่างฝ่ายต่างหักได้กึ่งหนึ่งตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในแต่ละกรณีเฉพาะในปีภาษีนั้น

3. การหักลดหย่อนในกรณีผู้มีเงินได้มิได้เป็นผู้อยู่ในประเทศไทย การหักลดหย่อนผู้มีเงินได้และสามีหรือภริยาของผู้มีเงินได้ บุตร และการศึกษาของบุตรของผู้มีเงินได้

4. การหักลดหย่อนในกรณีผู้มีเงินได้ถึงแก่ความตายในระหว่างปีภาษี ให้หักลดหย่อนได้เสมือนผู้ตายมีชีวิตอยู่ตลอดปีภาษีที่ผู้นั้นถึงแก่ความตาย

5. การหักลดหย่อนในกรณีผู้มีเงินได้เป็นกองมรดกที่ยังไม่ได้แบ่ง ให้หักลดหย่อนสำหรับผู้มีเงินได้ 30,000 บาท

6. การหักลดหย่อนในกรณีผู้มีเงินได้เป็นห้างหุ้นส่วนสามัญ หรือคณะบุคคลที่มีชื่อนิติบุคคล ให้หักลดหย่อนสำหรับผู้มีเงินได้แก่ผู้เป็นหุ้นส่วนหรือบุคคลในคณะบุคคลแต่ละคนที่อยู่ในประเทศไทยคนละ 30,000 บาท แต่รวมกันต้องไม่เกิน 60,000 บาท

### วิธีการคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา

โดยทั่วไปผู้มีเงินได้ต้องนำเงินได้พึงประเมินทุกประเภทของตนตลอดปีภาษี (ไม่รวมเงินได้ที่กฎหมายยกเว้นภาษี หรือที่ไม่ต้องเสียภาษี) ไปคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดาสิ้นปี เพื่อยื่นแบบแสดงรายการและชำระภาษีภายในเดือนมีนาคมของปีถัดจากปีที่มีเงินได้ การคำนวณภาษีมี 3 ขั้นตอน คือ

#### ขั้นตอนที่ 1 การคำนวณภาษีตามอัตราก้าวหน้า

เงินได้พึงประเมินทุกประเภทรวมกันตลอดปีภาษี	A บาท
หักค่าใช้จ่ายตามที่กฎหมายกำหนด (ดูรายละเอียดในหัวข้อรายการคำนวณหักค่าใช้จ่าย เงินได้พึงประเมินแต่ละกรณี)	B บาท
เหลือเงินได้หลังจากหักค่าใช้จ่าย (A - B)	C บาท
หักค่าลดหย่อนต่าง ๆ (ไม่รวมค่าลดหย่อนเงินบริจาค) ตามที่กฎหมายกำหนด (ดูรายละเอียดในหัวข้อสิทธิหักลดหย่อน)	D บาท
เหลือเงินได้หลังจากหักค่าลดหย่อนต่าง ๆ (C - D)	E บาท
หักค่าลดหย่อนเงินบริจาค ไม่เกินจำนวนที่กฎหมายกำหนด (ดูรายละเอียดในหัวข้อสิทธิหักลดหย่อนสำหรับผู้มีเงินได้บุคคลธรรมดา)	F บาท
เหลือเงินได้สุทธิ (E - F)	G บาท
นำเงินได้สุทธิตาม G บาท ไปคำนวณภาษีตามอัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา	
จำนวนภาษีตามการคำนวณภาษีขั้นตอนที่ 1	H บาท

**ขั้นตอนที่ 2** กรณีที่ต้องคำนวณภาษีตามขั้นตอนนี้ ได้แก่ กรณีที่เงินได้พึงประเมินทุกประเภทในปีภาษี แต่ไม่รวม เงินได้พึงประเมินตามประเภทที่ 1 มีจำนวนรวมกันตั้งแต่ 60,000 บาทขึ้นไป การคำนวณภาษีตามขั้นตอนนี้ ให้คำนวณในอัตราร้อยละ 0.5 ของยอดเงินได้พึงประเมิน (ยอดเงินได้พึงประเมิน หาได้จาก เงินได้พึงประเมินทุกประเภทลบเงินได้พึงประเมินประเภทที่ 1 คูณด้วย 0.005) การคำนวณภาษีตามขั้นตอนนี้เรียกว่าการคำนวณแบบอัตราก้าวหน้า

กำหนดให้จำนวนภาษีที่คำนวณได้ตามขั้นตอนนี้ 2 คือ I บาท

**ขั้นตอนที่ 3** สรุปจำนวนภาษีที่ต้องเสียภาษี

กรณีที่ 1 ผู้มีเงินได้ ตามมาตรา 40 (1) เพียงอย่างเดียวให้คำนวณภาษีตามขั้นตอนที่ 1 เท่านั้น

กรณีที่ 2 ผู้มีเงินได้ ตามมาตรา 40 (1) - (8) ให้คำนวณภาษีทั้งขั้นตอนที่ 1 และ 2 โดยเปรียบเทียบ

จำนวนภาษีเงินได้สิ้นปีที่ต้องเสีย ระหว่าง ค่า H กับค่า I แล้วให้จ่ายตามจำนวนที่สูงกว่า

**อัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา (อัตราก้าวหน้า)**

อัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา จะคิดจากเงินได้สุทธิและนำมาคำนวณภาษีตามอัตราที่

กำหนด โดยตารางที่กำหนดให้ ใช้สำหรับปีภาษี 2556 และ 2557

เงินได้สุทธิ	ช่วงเงินได้ สุทธิ แต่ละชั้น	อัตราภาษี ร้อยละ	ภาษีแต่ละชั้น เงินได้สุทธิ	ภาษีสะสม สูงสุดของชั้น
1 – 150,000	150,000	ได้รับยกเว้น	-	-
150,001 – 300,000	150,000	5	7,500	7,500
300,001 – 500,000	200,000	10	20,000	27,500
500,001 – 750,000	250,000	15	37,500	65,000
750,001 – 1,000,000	250,000	20	50,000	115,000
1,000,001 – 2,000,000	1,000,000	25	250,000	365,000
2,000,001 – 4,000,000	2,000,000	30	600,000	965,000
4,000,001 บาทขึ้นไป	-	35	-	-

หมายเหตุ เงินได้สุทธิ คือ เงินได้ที่คำนวณจากเงินได้พึงประเมินทุกรายการ หักค่าใช้จ่าย และค่าลดหย่อนต่าง ๆ ตามกฎหมายกำหนด

**ตัวอย่างที่ 1** นิพนธ์ทำงานเป็นลูกจ้างประจำในบริษัทแห่งหนึ่ง มีเงินเดือน เดือนละ 18,000 บาท โดยที่เขายังไม่มีคู่สมรส และเขาจะต้องถูกหักเงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพร้อยละ 3 ของเงินเดือน หักประกันสังคมร้อยละ 5 ของเงินเดือน นิพนธ์ต้องยื่นภาษีหรือไม่ ถ้ายื่นต้องใช้แบบแสดงรายการภาษีแบบใด และต้องเสียภาษีเป็นเงินเท่าใด

**วิธีทำ** การคำนวณภาษี นิพนธ์ มีเงินเดือน 18,000 บาท

ในรอบปีภาษีเขาจะมีเงินได้พึงประเมิน 18,000 x 12 = 216,000 บาท

**หักค่าใช้จ่าย**

หักค่าใช้จ่ายเงินได้ตามมาตรา 40 (1) ร้อยละ 40 แต่ไม่เกิน 60,000 บาท

$$216,000 \times 0.4 = 86,400 \quad \text{เพราะฉะนั้นหักจริง} \quad 60,000 \text{ บาท}$$

$$\text{เงินได้หลังจากหักค่าใช้จ่าย} \quad 216,000 - 60,000 = 156,000 \text{ บาท}$$

**หักลดหย่อน**

$$\text{รายการที่ 1 ผู้มีเงินได้} \quad 30,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 2 เงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพ

$$\text{นิพนธ์ ต้องจ่ายเงินกองทุนเลี้ยงชีพเดือนละ} \quad 18,000 \times 0.03 = 540 \text{ บาท}$$

$$1 \text{ ปี เป็นเงิน} \quad 540 \times 12 = 6,480 \text{ บาท}$$

รายการที่ 3 เงินจ่ายประกันสังคม

นิพนธ์ ต้องจ่ายประกันสังคมเดือนละ  $18,000 \times 0.05 = 900$  บาท แต่กฎหมายให้หักค่า  
ประกันสังคมไม่เกิน 750 บาทต่อเดือน

$$1 \text{ ปี เป็นเงิน} \quad 750 \times 12 = 9,000 \text{ บาท}$$

$$\text{รวมหักลดหย่อน 3 รายการ เป็นเงิน} \quad 30,000 + 6,480 + 9,000 = 45,480 \text{ บาท เหลือเงินได้}$$

$$\text{หลังจากหักค่าลดหย่อนต่าง ๆ} \quad 156,000 - 45,480 = 110,520 \text{ บาท}$$

$$\text{นิพนธ์มีเงินได้สุทธิ} \quad \underline{110,520 \text{ บาท}}$$

ตอบ นิพนธ์ต้องยื่นภาษี และแบบแสดงรายการภาษีที่จะต้องใช้คือ ภ.ง.ด.91 แต่ยังไม่ต้อง  
เสียภาษี เพราะตามกฎหมายเงินได้สุทธิ ยังไม่เกิน 150,000 บาท ได้รับการยกเว้นภาษี

**ตัวอย่างที่ 2** ดร.บีมเป็นอาจารย์มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง มีเงินเดือนเดือนละ 32,000 บาท มีเงินประจำ  
ตำแหน่งอีกเดือนละ 20,000 บาท และต้องถูกหักเงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพร้อยละ 3 ของ  
เงินเดือน หักประกันสังคมร้อยละ 5 ของเงินเดือน แต่เขายังมีรายได้ค่าลิขสิทธิ์ในการขายเตาอบ  
พลังงานแสงอาทิตย์อีกปีละ 150,000 บาท โดยที่เขา还没有มีคู่สมรส ดร.บีมต้องยื่นภาษีหรือไม่ ถ้ายื่น  
ต้องใช้แบบแสดงรายการภาษีแบบใดและต้องเสียภาษีเป็นเงินเท่าใด

**วิธีทำ** การคำนวณภาษี ดร.บีม มีเงินได้เป็นเงินเดือน ตามมาตรา 40 (1)

$$\text{ในรอบปีภาษี} \quad 32,000 \times 12 = 384,000 \text{ บาท}$$

$$\text{หักเงินกองทุนสะสมเลี้ยงชีพส่วนที่เกิน 10,000 บาท เป็นเงิน} \quad 1,520 \text{ บาท}$$

(เป็นเงินส่วนเกินที่ได้รับการยกเว้นภาษีจากการหักเงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพ ดูการคำนวณจากการหักลดหย่อนรายการที่ 2)

เงินได้หลังหักเงินกองทุนสะสมเลี้ยงชีพส่วนที่เกิน 10,000 บาท เป็นเงิน

$$384,000 - 1,520 = 382,480 \text{ บาท}$$

ดร.บีม มีเงินประจำตำแหน่ง ตามมาตรา 40 (2) เป็นเงิน

$$20,000 \times 12 = 240,000 \text{ บาท} \quad \text{ดร.บีม มีเงินได้เป็นเงินเดือน ตามมาตรา 40 (1) และ 40 (2)}$$

$$\text{ในรอบปีภาษี คือ} \quad 382,480 + 240,000 = 622,480 \text{ บาท}$$

**หักค่าใช้จ่าย** เนื่องจาก ดร.บีมมีเงินได้ที่ต้องหักค่าใช้จ่ายสองรายการ คือ รายการที่ 1 หักค่าใช้จ่ายเงินได้ตามมาตรา 40 (1) และ 40 (2) ร้อยละ 40 แต่ไม่เกิน 60,000

$$622,480 \times 0.4 = 248,992 \text{ เพราะฉะนั้นหักจริง} \quad 60,000 \text{ บาท}$$

เงินได้มาตรา 40 (1) และ 40 (2) หลังจากหักค่าใช้จ่าย  $622,480 - 60,000 = 562,480$  บาท

รายการที่ 2 หักค่าใช้จ่ายเงินได้ตามมาตรา 40 (3) ร้อยละ 40 แต่ไม่เกิน 60,000 บาท

$$150,000 \times 0.4 = 60,000 \text{ เพราะฉะนั้นหักจริง} \quad 60,000 \text{ บาท}$$

$$\text{เงินได้ตามมาตรา 40 (3) หลังจากหักค่าใช้จ่าย} \quad 150,000 - 60,000 = 90,000 \text{ บาท}$$

$$\text{เงินได้ทั้งหมดหลังจากหักค่าใช้จ่าย} \quad 562,480 + 90,000 = 652,480 \text{ บาท}$$

### หักลดหย่อน

$$\text{รายการที่ 1 ผู้มีเงินได้} \quad 30,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 2 เงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพ

$$\text{ดร.บีม ต้องจ่ายเงินกองทุนเลี้ยงชีพเดือนละ} \quad 32,000 \times 0.03 = 960 \text{ บาท}$$

$$1 \text{ ปี เป็นเงิน } 960 \times 12 = 11,520 \text{ บาท (ตามกฎหมายกำหนดว่าส่วนเกิน 10,000 บาท ได้รับการยกเว้นภาษีให้นำไปหักจากเงินได้พึงประเมินประเภทที่ 1 มาตรา 40(1)) หักจริง 10,000 บาท}$$

รายการที่ 3 เงินจ่ายประกันสังคม

$$\text{ดร.บีม ต้องจ่ายประกันสังคมเดือนละ} \quad 32,000 \times 0.05 = 1,600 \text{ บาท แต่กฎหมายให้หักค่า}$$

ประกันสังคมไม่เกิน 750 บาทต่อเดือน

$$1 \text{ ปี เป็นเงิน} \quad 750 \times 12 = 9,000 \text{ บาท}$$

รวมหักลดหย่อน 3 รายการ เป็นเงิน  $30,000 + 10,000 + 9,000 = 49,000$  บาท เหลือเงินได้  
หลังจากหักค่าลดหย่อนต่าง ๆ  $652,480 - 49,000 = 603,480$  บาท

ดร.บีม มีเงินได้สุทธิ 603,480 บาท

ดร.บีมต้องเสียภาษีโดยคำนวณภาษีตามอัตรากำหนดเงินได้บุคคลธรรมดา

เงินได้สุทธิ 1 – 150,000

ได้รับการยกเว้น

เงินได้สุทธิ 150,001 – 300,000 เสียภาษี ร้อยละ 5 ช่วงเงินได้สุทธิ 150,000 บาท คิดเป็น  
เงิน  $150,000 \times 0.05 = 7,500$  บาท      เงินได้สุทธิ 300,001 – 500,000 เสียภาษี ร้อยละ 10 ช่วง  
เงินได้สุทธิ 200,000 บาท คิดเป็นเงิน  $200,000 \times 0.10 = 20,000$  บาท

เงินได้สุทธิ 500,001 – 605,000 เสียภาษี ร้อยละ 15 ช่วงเงินได้สุทธิ 103,480 บาท

คิดเป็นเงิน  $103,480 \times 0.15 = 15,522$  บาท

ดร.บีมต้องเสียภาษีโดยคำนวณภาษีตามอัตรากำหนดเงินได้บุคคลธรรมดา (อัตราก้าวหน้า)

เป็นเงินทั้งสิ้น  $7,500 + 20,000 + 15,522 = 43,022$  บาท

แต่เนื่องจาก ดร.บีม มีเงินได้ที่นอกเหนือจากมาตรา 40 (1) เป็นเงินได้พึงประเมินที่ไม่หัก  
ค่าใช้จ่ายและค่าลดหย่อน คิดเป็นเงินประจำตำแหน่ง 240,000 บาท และเงินจากค่าลิขสิทธิ์ 150,000  
บาท รวมเป็นเงิน 390,000 บาท ซึ่งมีเงินได้พึงประเมินเกิน 60,000 บาท จึงต้องคำนวณภาษีในอัตรา  
คงที่ ร้อยละ 0.5

ดร.บีมต้องเสียภาษีโดยคำนวณภาษีตามอัตรากำหนดเงินได้บุคคลธรรมดา (อัตราคงที่) เป็นเงิน  
ทั้งสิ้น  $390,000 \times 0.005 = 1,950$  บาท

ตอบ ดร.บีมต้องยื่นภาษี และแบบแสดงรายการภาษีที่จะต้องใช้คือ ภ.ง.ด.90 โดย ดร.  
บีมต้องเสียภาษีในจำนวนเงินจากการคำนวณภาษีในอัตราก้าวหน้า เป็นเงินทั้งสิ้น 43,022 บาท



**ตัวอย่างที่ 3** สมพงษ์เป็นพนักงานขายของบริษัทแห่งหนึ่งสมรสกับนางสมรซึ่งทำงานบริษัทเดียวกัน เขาและภรรยาได้เงินเดือนละ 25,000 บาทเท่ากัน โดยบริษัทหักเงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพร้อยละ 3 ของเงินเดือน หักประกันสังคมร้อยละ 5 ของเงินเดือน สิ้นปีบริษัทจ่ายโบนัสให้อีกปีละ 90,000 บาท ทั้งคู่มีบุตร 2 คน โดยคนแรกศึกษาอยู่ต่างประเทศ และคนที่สองศึกษาในประเทศ ปัจจุบันสมพงษ์ยังต้องเลี้ยงดูพ่อแม่ที่มีอายุเกิน 60 ปี สมพงษ์ต้องยื่นภาษีหรือไม่ ถ้ายื่นต้องใช้แบบแสดงรายการภาษีแบบใดและต้องเสียภาษีเป็นเงินเท่าใด

**วิธีทำ** การคำนวณภาษี สมพงษ์ มีเงินได้เป็นเงินเดือน ตามมาตรา 40 (1)

ในรอบปีภาษี	$25,000 \times 12 = 300,000$ บาท
โบนัสอีกปีละ	90,000 บาท
ในรอบปีภาษีสมพงษ์มีเงินได้	$300,000 + 90,000 = 390,000$ บาท

#### หักค่าใช้จ่าย

หักค่าใช้จ่ายเงิน ได้ตามมาตรา 40 (1) ร้อยละ 40 แต่ไม่เกิน 60,000

$$390,000 \times 0.4 = 156,000 \text{ เพราะฉะนั้นหักจริง} \quad 60,000 \text{ บาท}$$

$$\text{เงินได้มาตรา 40 (1) หลังจากหักค่าใช้จ่าย} \quad 390,000 - 60,000 = 330,000 \text{ บาท}$$

#### หักลดหย่อน

$$\text{รายการที่ 1 ผู้มีเงินได้} \quad 30,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 2 เงินสะสมกองทุนสำรองเลี้ยงชีพ

$$\text{สมพงษ์ ต้องจ่ายเงินกองทุนเลี้ยงชีพเดือนละ} \quad 25,000 \times 0.03 = 750 \text{ บาท}$$

$$1 \text{ ปี เป็นเงิน } 750 \times 12 = 9,000 \text{ บาท หักจริง (ตามกฎหมายกำหนด)} \quad 9,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 3 เงินจ่ายประกันสังคม

$$\text{สมพงษ์ ต้องจ่ายประกันสังคมเดือนละ} \quad 25,000 \times 0.05 = 1,250 \text{ บาท แต่กฎหมายให้หักค่า}$$

$$\text{ประกันสังคมไม่เกิน 750 บาท ต่อเดือน 1 ปี เป็นเงิน} \quad 750 \times 12 = 9,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 4 เงินค่าเลี้ยงดูบุตร

$$\text{บุตรคนแรกศึกษาอยู่ต่างประเทศ ลดหย่อนได้} \quad 15,000 \text{ บาท}$$

$$\text{บุตรคนที่สองศึกษาในประเทศ} \quad 17,000 \text{ บาท}$$

$$\text{หักลดหย่อนบุตรเป็นเงิน} \quad 15,000 + 17,000 = 32,000 \text{ บาท}$$

รายการที่ 5 หักลดหย่อนเงินค่าอุปการะเลี้ยงดูบิดามารดา (คนละ 30,000 บาท)

60,000 บาท รวมหักลดหย่อน 5 รายการ เป็นเงิน

$$30,000 + 9,000 + 9,000 + 32,000 + 60,000 = 140,000 \text{ บาท} \quad \text{เหลือเงินได้}$$

หลังจากหักค่าลดหย่อนต่าง ๆ  $330,000 - 140,000 = 190,000 \text{ บาท}$

สมพงษ์ มีเงินได้สุทธิ 190,000 บาท

สมพงษ์ต้องเสียภาษีโดยคำนวณภาษีตามอัตราภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา

เงินได้สุทธิ 1 – 150,000

ได้รับการยกเว้น

เงินได้สุทธิ 150,001 – 300,000 เสียภาษี ร้อยละ 5 ช่วงเงินได้สุทธิ 40,000 บาท

$$\text{คิดเป็นเงิน} \quad 40,000 \times 0.05 = 2,000 \text{ บาท}$$

ตอบ สมพงษ์ต้องยื่นภาษี และแบบแสดงรายการภาษีที่จะต้องใช้คือ ภ.ง.ด.91 โดยสมพงษ์

ต้องเสียภาษี เป็นเงินทั้งสิ้น 2,000 บาท

### ภาษีมูลค่าเพิ่ม (VAT)

ภาษีมูลค่าเพิ่มได้เริ่มมีการจัดเก็บเป็นครั้งแรกในประเทศไทย เมื่อ วันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2535 อันเนื่องมาจาก ในช่วงเวลานั้นเศรษฐกิจของประเทศไทยขยายตัวอย่างรวดเร็ว ฐานะทางเศรษฐกิจ การเงิน การคลังของประเทศมีความมั่นคงมากขึ้น แต่ในขณะที่โครงสร้างภาษียังมีความไม่เหมาะสมต่อเศรษฐกิจของประเทศ ซึ่งเห็นได้จากความซ้ำซ้อนของระบบภาษีการค้าที่ใช้ในขณะนั้น และความหลากหลายของโครงสร้างอัตราภาษี จากเหตุผลดังกล่าว กระทรวงการคลัง จึงได้เสนอพิจารณายกเลิกภาษีการค้า และนำภาษีมูลค่าเพิ่มมาใช้แทน โดยภาษีมูลค่าเพิ่มจะมีอัตราเดียวที่ใช้กับสินค้าและบริการทุกชนิด ทำให้เกิดความเป็นธรรมและความสะดวกต่อการปฏิบัติตามของผู้เสียภาษีอีกด้วย ในฐานะประชาชนแล้วเรามีส่วนเข้าไปเกี่ยวข้องกับภาษีมูลค่าเพิ่มอย่างแน่นอนเพราะเราเองต้องเป็นผู้บริโภคทั้งสินค้าและบริการ ดังนั้นเราจึงควรศึกษาเพื่อทำความเข้าใจ และช่วยแนะนำให้กับร้านค้าหรือสถานประกอบการที่ยังไม่ได้จดทะเบียนภาษีมูลค่าเพิ่มดำเนินการให้ถูกต้องเพื่อให้กลไกในการพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศเป็นไปอย่างมีระบบและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

### การจัดเก็บภาษีมูลค่าเพิ่ม

ภาษีมูลค่าเพิ่ม (Value added tax) เป็นภาษีตามประมวลรัษฎากร ถือเป็นภาษีทางอ้อมที่จัดเก็บจากฐานผู้บริโภค ซึ่งเป็นภาษีที่จัดเก็บจากการขายสินค้าหรือการให้บริการ

ผู้มีหน้าที่เสียภาษีมูลค่าเพิ่ม ได้แก่ ผู้ขายสินค้าและผู้ให้บริการในทางธุรกิจ โดยผู้ประกอบการสามารถเรียกเก็บภาษีมูลค่าเพิ่มจากผู้ซื้อสินค้าหรือผู้รับบริการได้

อัตราภาษีมูลค่าเพิ่ม ภาษีมูลค่าเพิ่มจะคำนวณจากยอดมูลค่าของสินค้าหรือบริการ ตามอัตราภาษีที่กำหนด ซึ่งปัจจุบันคืออัตราร้อยละ 7 ของมูลค่าสินค้าหรือบริการ

ตัวอย่างที่ 4 ร้านค้าตั้งราคาขายรองเท้าคู่หนึ่ง ไม่รวม VAT ไว้ที่ คู่ละ 200 บาท ถ้าต้องการซื้อรองเท้าคู่หนึ่งผู้ซื้อจะต้องจ่ายเงินเป็นจำนวนเงินเท่าใด

วิธีทำ รองเท้าคู่ละ 200 บาทผู้ซื้อต้องเสีย VAT เพิ่มในอัตราร้อยละ 7

นั่นคือ ถ้าราคาสินค้า 100 บาท แล้วราคารวม VAT คือ 107 บาท

ดังนั้น ถ้าราคารองเท้า 200 บาท แล้วราคารวม VAT คือ  $1.07 \times 200 = 214$  บาท

ตอบ ผู้ซื้อจะต้องจ่ายเงินเป็นจำนวนเงิน 214 บาท

ตัวอย่างที่ 5 ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งออกใบเสร็จรับเงินค่าทีวีให้กับลูกค้าในราคา 42,000 บาท

โดยใบเสร็จเขียนไว้ว่า ราคารวมภาษีมูลค่าเพิ่ม (VAT included) อยากทราบว่าราคาที่ยังไม่รวม

VAT ของทีวีเครื่องนี้เป็นจำนวนเงินเท่าใด

วิธีทำ ราคาทีวีรวม VAT 42,000 บาท ผู้ซื้อต้องจ่าย VAT ในอัตราร้อยละ 7

นั่นคือ ราคาสินค้า 100 บาท เป็นราคาที่ไม่รวม VAT 93 บาท

ดังนั้น ราคาทีวี 42,000 บาท เป็นราคาที่ไม่รวม VAT  $0.93 \times 42,000 = 39,060$  บาท

ตอบ ราคาทีวีที่ยังไม่รวม VAT เครื่องนี้เป็นเงิน 39,060 บาท

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นเพียงการคิดภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้บริโภคต้องจ่ายในการซื้อสินค้าหรือเพียงแค่ต้องการทราบว่าราคาสินค้าก่อนรวมภาษีมูลค่าเพิ่มคิดเป็นเงินเท่าใด ซึ่งแท้ที่จริงแล้วในการคำนวณภาษีมูลค่าเพิ่มที่รัฐบาลจัดเก็บเพื่อใช้ในการพัฒนาประเทศนั้น จะจัดเก็บจากผู้ประกอบการที่จดทะเบียนภาษีมูลค่าเพิ่ม โดยรัฐบาลจะเรียกเก็บภาษีมูลค่าเพิ่มจากผู้ประกอบการหรือผู้ประกอบการจะขอคืนภาษีมูลค่าเพิ่มจากรัฐบาลได้หรือไม่ นั่น ผู้ศึกษาต้องศึกษา ภาษีขาย และภาษีซื้อ ซึ่งเราในฐานะประชาชนของชาติจำเป็นต้องเข้าใจเพื่อกระตุ้นให้ผู้ประกอบการที่ยังไม่ได้จัด

ทะเบียนเป็นผู้ประกอบการที่ต้องเสียภาษีมูลค่าเพิ่ม ได้ทำการจดทะเบียนให้ถูกต้องตามกฎหมาย เพื่อนำเงินที่ได้จากการจัดเก็บภาษีมูลค่าเพิ่มไปใช้ในการพัฒนาประเทศต่อไป ดังจะเห็นได้จากการรณรงค์ให้มีการขอใบเสร็จที่มีใบกำกับภาษีทุกครั้งในการซื้อสินค้าหรือใช้บริการ

**ภาษีขาย (Output Tax)** หมายถึง ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้ประกอบการจดทะเบียนภาษีมูลค่าเพิ่มเรียกเก็บจากผู้ซื้อสินค้าหรือผู้รับบริการ เมื่อมีการขายสินค้าหรือเรียกเก็บค่าบริการ

**ภาษีซื้อ (Input Tax)** หมายถึง ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้ประกอบการจดทะเบียนภาษีมูลค่าเพิ่มจ่ายให้กับผู้ขายสินค้าหรือผู้ให้บริการที่เป็นผู้จดทะเบียนภาษีมูลค่าเพิ่ม เมื่อมีการซื้อสินค้าหรือชำระค่าบริการเพื่อใช้ในการประกอบกิจการของตน

**ภาษีที่ต้องเสีย** คำนวณจากการนำภาษีขายหักด้วยภาษีซื้อในรอบที่ต้องยื่นเสียภาษี โดยแยกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 ต้องชำระภาษี เมื่อ ภาษีขายมากกว่าภาษีซื้อ

กรณีที่ 2 ขอคืนภาษีหรือขอเครดิตภาษีเพื่อใช้หักในรอบยื่นเสียภาษีครั้งต่อไป เมื่อภาษีขายน้อยกว่าภาษีซื้อ

**ตัวอย่างที่ 6** บริษัทแห่งหนึ่งจดทะเบียนเพื่อเป็นผู้ประกอบการเสียภาษีมูลค่าเพิ่มแล้ว เมื่อครบรอบภาษีบริษัทตรวจสอบบัญชีพบว่า ยอดในการซื้อของเพื่อจำหน่ายเป็นเงิน 56,000 บาท และยอดขายในรอบภาษีนี้เป็นเงิน 72,000 บาท บริษัทแห่งนี้จะต้องจ่ายภาษีมูลค่าเพิ่มเป็นเงินเท่าใด

**วิธีทำ** ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้ประกอบการจะต้องจ่ายให้กับรัฐบาลคำนวณได้จากผลต่างระหว่างภาษีขายกับภาษีซื้อ

ดังนั้น เราต้องทราบภาษีขายและภาษีซื้อก่อน

ภาษีขาย คือ VAT 7% ของยอดขาย ดังนั้นภาษีขายเท่ากับ  $0.07 \times 72,000 = 5,040$  บาท

ภาษีซื้อ คือ VAT 7% ของยอดซื้อ ดังนั้นภาษีซื้อเท่ากับ  $0.07 \times 56,000 = 3,920$  บาท

นั่นคือ ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้ประกอบการจะต้องจ่ายเท่ากับ  $5,040 - 3,920 = 1,120$  บาท

ตอบ บริษัทแห่งนี้จะต้องจ่ายภาษีมูลค่าเพิ่มเป็นเงิน 1,120 บาท

**ตัวอย่าง 7** บริษัทจำหน่ายอุปกรณ์คอมพิวเตอร์จดทะเบียนเพื่อเป็นผู้ประกอบการเสียภาษีมูลค่าเพิ่มอย่างถูกต้อง ในรอบภาษีนี้บริษัทตรวจสอบรายการซื้อและรายการขายดังตารางบริษัทแห่งนี้จะต้องจ่ายภาษีมูลค่าเพิ่มหรือได้เงินคืนภาษีเป็นเงินเท่าใด

รายการซื้อ				
ลำดับ	รายการ	ราคาต่อ หน่วย(บาท)	จำนวน	ราคารวม (บาท)
1	จอคอมพิวเตอร์	4,500	5	22,500
2	แป้นพิมพ์	150	10	1,500
3	ฮาร์ดดิสความจุ 800 GB	2,000	5	10,000
4	เมาส์	80	20	1,600
5	เครื่องสำรองไฟ	1,500	4	6,000
	รวม			41,600
รายการขาย				
ลำดับ	รายการ	ราคาต่อ หน่วย(บาท)	จำนวน	ราคารวม (บาท)
1	จอคอมพิวเตอร์	5,000	3	15,000
2	แป้นพิมพ์	250	5	1,250
3	ฮาร์ดดิสความจุ 800 GB	3,000	4	12,000
4	เมาส์	150	10	1,500
5	เครื่องสำรองไฟ	2,000	2	4,000
	รวม			33,750

**วิธีทำ** ดังนั้น ในรอบการยื่นเสียภาษีครั้งนี้เราต้องทราบภาษีขายและภาษีซื้อก่อน

ภาษีขาย คือ VAT 7% ของยอดขาย ดังนั้นภาษีขายเท่ากับ  $0.07 \times 33,750 = 2,362.50$  บาท

ภาษีซื้อ คือ VAT 7% ของยอดซื้อ ดังนั้นภาษีซื้อเท่ากับ  $0.07 \times 41,600 = 2,912$  บาท

นั่นคือ ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ผู้ประกอบการจะต้องจ่ายเท่ากับ  $2,362.50 - 2,912 = -549.50$  บาท

**ตอบ** บริษัทแห่งนี้จะได้เงินคืนภาษีเป็นเงิน 549.50 บาท (อาจใช้ขอเครดิตภาษีเพื่อใช้หักในรอบยื่นเสียภาษีครั้งต่อไป)

## สรุป

ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา คือ ภาษีที่จัดเก็บจากบุคคลทั่วไป โดยปกติจัดเก็บเป็นรายปี โดยปีภาษีเริ่มคิดตั้งแต่วันที่ 1 มกราคมถึง 31 ธันวาคมของทุกปี โดยผู้มีรายได้มีหน้าที่ต้องแสดงรายการตามแบบแสดงรายการภาษีที่กำหนดภายในเดือนมกราคม ถึง เดือนมีนาคมของปีถัดไป โดยการยื่นแบบ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ แบบแสดงรายการภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ภ.ง.ด. 90 และ แบบแสดงรายการภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ภ.ง.ด. 91 โดยผู้มีหน้าที่ยื่นแบบ ภ.ง.ด. 90 ได้แก่ผู้มีเงินได้พึงประเมินตามมาตรา 40 (1) - (8) แห่งประมวลรัษฎากรหลายประเภทหรือประเภทเดียว (แต่มิใช่เงินได้ตามมาตรา 40 (1) แห่งประมวลรัษฎากรประเภทเดียว) ผู้มีหน้าที่ยื่นแบบ ภ.ง.ด. 91 ได้แก่ผู้มีเงินได้จากจ้างแรงงาน ตามมาตรา 40 (1) แห่งประมวลรัษฎากรประเภทเดียว โดยการเสียภาษีของผู้มีเงินได้ต้องนำเงินได้พึงประเมินทุกประเภทของตนตลอดปีภาษี ไปคำนวณภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา เพื่อยื่นแบบแสดงรายการและชำระภาษีภายในเดือนมีนาคมของปีถัดจากปีที่มีเงินได้ การคำนวณภาษีมี 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 การคำนวณภาษีตามอัตราก้าวหน้า ขั้นตอนที่ 2 การคำนวณภาษีอัตราคงที่ (กรณีที่มีเงินได้นอกเหนือจากเงินได้ตามมาตรา 40 (1)) ขั้นตอนที่ 3 การเปรียบเทียบภาษีระหว่างภาษีในอัตราก้าวหน้าและภาษีในอัตราคงที่ โดยให้จ่ายภาษีในจำนวนเงินที่สูงกว่าจากการเปรียบเทียบ สำหรับภาษีมูลค่าเพิ่มนั้น เป็นภาษีตาม ประมวลรัษฎากรเป็นภาษีทางอ้อมที่จัดเก็บจากฐานผู้บริโภค ซึ่งเป็นภาษีที่จัดเก็บจากการขายสินค้าหรือการให้บริการโดยผู้มีหน้าที่เสียภาษีมูลค่าเพิ่ม ได้แก่ ผู้ขายสินค้าและผู้ให้บริการในทางธุรกิจ โดยผู้ประกอบการสามารถเรียกเก็บภาษีมูลค่าเพิ่มจากผู้ซื้อสินค้าหรือผู้รับบริการได้ตามอัตราภาษีที่กำหนด ซึ่งปัจจุบันคืออัตราร้อยละ 7 ของมูลค่าสินค้าหรือบริการ

.....













10. คำกล่าวที่ว่า “ภาษีมูลค่าเพิ่ม (Value added tax) เป็นภาษีทางอ้อม” โดยภาษีประเภทนี้ผู้บริโภคนั้นจะถูกเรียกเก็บในเมื่อใด

ตอบ.....

11. ผู้มีหน้าที่ยื่นแบบเสียภาษีมูลค่าเพิ่ม คือ

ตอบ.....

12. อัตราภาษีมูลค่าเพิ่ม ที่ใช้ในปัจจุบัน คือ

ตอบ.....

13. จากใบเสร็จรับเงินที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

Easysoft.co.ltd.		
Tel. 0804039090		
TAX ID : 4031541640009		
ใบเสร็จรับเงิน/ใบกำกับภาษีอย่างย่อ		
Slip ID : 2600394535 8/0/2012 13:25		
เลขสำหรับราย	1 ซอง	20.00
นมสด	1 ขวด	10.00
นมเปรี้ยว	2 ขวด	30.00
น้ำแข็ง	1 ถัง	5.00
<hr/>		
Total	5	65.00
Cash		100.00
Change		35.00
Vat		
*** VAT INCLUDED ***		

- 13.1 จงหาราคาสินค้าต่อไปนี้ก่อนรวม VAT

ตอบ

เลขสำหรับราย 1 ซอง.....บาท

นมสด 1 ขวด.....บาท

นมเปรี้ยว 1 ขวด.....บาท

น้ำแข็ง 1 ถัง.....บาท

- 13.2 เมื่อซื้อสินค้าทั้ง 5 รายการต้องเสีย VAT เป็นเงินเท่าใด

ตอบ.....

## 14. จากระายการสินค้าที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง

ลำดับ	ชื่อสินค้า	ราคา/หน่วย (ไม่รวม VAT)	งเดิมราคาต่อหน่วย ที่รวมVAT
1	คอมพิวเตอร์	26,500	
2	คีย์บอร์ด	350	
3	เครื่อง SCAN ลายนิ้วมือ	17,500	
4	โปรแกรมสำเร็จรูป สำหรับ SCAN ลายนิ้วมือ	20,000	
5	เมาส์	150	
6	ลำโพง	250	

## 15. จากระายการสินค้าที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบที่ถูกต้อง

บันทึกรายการซื้อในรอบภาษี				
ลำดับ	รายการ	ราคาต่อหน่วย (บาท)	จำนวน	ราคารวม (บาท)
1	สมุด	25	200	
2	ปากกา	15	500	
3	ดินสอ	10	500	
4	น้ำยาลบคำผิด	40	100	
5	ยางลบ	5	200	
	รวม			
บันทึกการขายในรอบภาษี				

ลำดับ	รายการ	ราคาต่อหน่วย (บาท)	จำนวน	ราคารวม (บาท)
1	สมุด	35	150	
2	ปากกา	20	400	
3	ดินสอ	15	450	
4	น้ำยาลบคำผิด	50	60	
5	ยางลบ	10	150	
	รวม			

ภาษีซื้อ เป็นเงิน.....บาท

ภาษีขาย เป็นเงิน.....บาท

ภาษีมูลค่าเพิ่มที่ต้องเสีย.....บาท

### เอกสารอ้างอิง

กรมสรรพากร. (2556). วิธีกรอกแบบแสดงรายการ ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ปีภาษี 2556 ภ.ง.ด.90.

กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร

กรมสรรพากร. (2556). วิธีกรอกแบบแสดงรายการ ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ปีภาษี 2556 ภ.ง.ด.91.

กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร

กรมสรรพากร. (2556). มารู้อีก ภาษีมูลค่าเพิ่ม ก้นก่อนดีมีชัย. กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร

ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา.สืบค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.rd.go.th/publish/309.0.html>

ภาษีมูลค่าเพิ่ม.สืบค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.rd.go.th/publish/307.0.html>

สุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชานิติศาสตร์. (2546). เอกสารการสอนชุดวิชา กฎหมายภาษีอากร 1 หน่วยที่ 1 –

7 . กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

สุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชานิติศาสตร์. (2546). เอกสารการสอนชุดวิชา กฎหมายภาษีอากร 1 หน่วยที่ 8 –

15 . กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.

## บทที่ 5

### การประยุกต์ใช้สมการและอสมการ

เวลา 6 ชั่วโมง

#### สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

**สมการ (Equation)** คือประโยคที่เปรียบเทียบสิ่งสองสิ่งว่าเท่ากันโดยใช้เครื่องหมายเท่ากับ “=” ส่วน**อสมการ (Inequation)** คือ ประโยคที่กล่าวถึงการไม่เท่ากันโดยใช้เครื่องหมาย “<”, “>”, “≤”, “≥” และ “≠” ซึ่งจะเป็นจริงเท็จก็ได้ เมื่อก้าวถึงสมการและอสมการสิ่งสำคัญที่เราต้องรู้จักคือ **ตัวแปร (Variable or Unknown)** หมายถึงตัวไม่ทราบค่าและเป็นสิ่งที่ต้องการหาคำตอบ ส่วนมากมักแทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษ โดยค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการหรืออสมการเป็นจริงจะเรียกว่า **คำตอบ (Solution)** ของสมการหรืออสมการ ซึ่งกระบวนการในการหาคำตอบสำหรับสมการหรืออสมการนั้นเรียกว่า **การแก้สมการหรือการแก้สมการ (Solving)** ตามลำดับ เนื่องจากปัญหาในชีวิตประจำวันที่ต้องการหาคำตอบเป็นตัวเลขมักเปรียบเทียบได้กับโจทย์ปัญหาสมการและอสมการ ในบทเรียนนี้จึงมุ่งที่จะเสริมสร้างทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาสมการและอสมการ รวมถึงการประยุกต์ใช้สมการและอสมการกับปัญหาในชีวิตจริงเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจสมบัติบางประการของเครื่องหมาย “=, ≠, >, <, ≤, ≥” ได้
2. เพื่อให้ผู้เรียนเขียนความสัมพันธ์ต่างๆ ในรูปแบบสมการหรืออสมการได้ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบสมการหรืออสมการได้
3. เพื่อให้ผู้เรียนหาคำตอบของสมการและอสมการที่สร้างขึ้นได้

#### เนื้อหา

1. สมการและการแก้ปัญหา
2. อสมการและการแก้ปัญหา



**กิจกรรมประกอบการสอน**

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหาพร้อมกัน
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

**สื่อประกอบการสอน**

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

**การวัดและการประเมินผล**

1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ โดยการสังเกตการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่างๆ เรามักมีการอธิบายถึงการเท่ากัน มากกว่าหรือน้อยกว่า ในทางคณิตศาสตร์จะมีการกำหนดสัญลักษณ์เพื่อทำการเปรียบเทียบระหว่างสิ่งต่างๆ ได้แก่เครื่องหมายเท่ากับ “=” เพื่อเปรียบเทียบว่าสองสิ่งเท่ากัน เช่น  $2=2$ ,  $x^2 - 3 = 0$ ,  $x + y = 4x$  เป็นต้น ซึ่งความสัมพันธ์ในลักษณะนี้เราเรียกว่า “สมการ” ในบางสถานการณ์เมื่อเปรียบเทียบสองสิ่งที่ไม่เท่ากัน ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มักใช้เครื่องหมาย “≠” เพื่อแสดงว่าสองสิ่งไม่เท่ากัน , เครื่องหมายน้อยกว่า “<” เพื่อแสดงว่าสิ่งที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมายน้อยกว่าสิ่งที่อยู่ทางขวา, เครื่องหมายมากกว่า “>” เพื่อแสดงว่าสิ่งที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมายมากกว่าสิ่งที่อยู่ทางขวา, เครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ “≤” เพื่อแสดงว่าสิ่งที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับสิ่งที่อยู่ทางขวา และสุดท้าย เครื่องหมาย มากกว่าหรือเท่ากับ “≥” เพื่อแสดงว่าสิ่งที่อยู่ทางซ้ายมากกว่าหรืออาจเท่ากับสิ่งที่อยู่ทางขวา ซึ่งความสัมพันธ์ที่ประกอบด้วยเครื่องหมาย “>”, “<”, “≥”, “≤” และ “≠” จะเรียกว่า “อสมการ” เช่น  $x + 2y ≤ 3x$ ,  $x^2 + 2x + 1 ≠ 0$ ,  $5 ≥ 4$  เป็นต้น

### สมการ

ในชีวิตประจำวันเรามักทำการเปรียบเทียบสิ่งต่างๆ อยู่เสมอ เช่น เด็กชายเอสูงเท่ากับเด็กชายบี, ไข่ในตะกร้าที่ 1 มีมากกว่าไข่ในตะกร้าที่สองอยู่ 10 ฟอง, ระยะทางที่เรือแล่นได้ เท่ากับความเร็วของเรือคูณด้วยเวลาที่ใช้ในการแล่น เป็นต้น หรืออาจอยู่ในรูปของปัญหาที่เรามักใช้เล่นเกมเช่น สมมติให้ผู้ชายมีค่าห้าสิบบatang ผู้หญิงมีค่าหนึ่งบาท ดังนั้นกลุ่มหนึ่งอาจใช้ผู้หญิง 3 คนผู้ชาย 2 คนรวมได้เป็น 4 บาท เป็นต้น และบ่อยครั้งเรามักต้องหาค่าของสิ่งต่างๆ ที่เรากำลังเปรียบเทียบ เช่น ขาหมูมากกว่าขาไก่อยู่ 8 ขา แต่ถ้านับหัวไก่ จะมากกว่าหัวหมูอยู่ 8 หัว อยากทราบว่า มีหมูกี่ตัว (ข้อสอบ กพ. ภาค ก ปี 2556) เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวเราจึงมักสมมติให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ โดยให้มีการกำหนดสัญลักษณ์ให้กับตัวไม่ทราบค่าใดๆ เรียกว่า “ตัวแปร” และเครื่องหมายแสดงการเท่ากันคือ เครื่องหมาย “=” จากประโยคข้างต้น เราจะทำการกำหนดให้ ตัวแปร x แทนจำนวนหมู ดังนั้นไก่จะมี  $x + 8$  หัว จะได้ว่า ขาหมูมี  $4x$  ขา และ ขาไก่มี  $2(x + 8)$  ขา ทำให้เราสร้างประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้  $4x - 2(x + 8) = 8$  เรียกประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “=” นี้ว่าสมการ ซึ่งจะเห็นได้ชัดว่า  $x = 8$  นั่นคือมีหัวหมูอยู่ 8 หัว นั่นเอง สมการจึงเป็นสิ่งที่

ประโยชน์ต่อเราอย่างมากในชีวิตประจำวัน นอกจากสมการที่มีตัวแปรเดียวแล้วอาจมีสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1 ตัว เช่น  $2x + 3y = 4$  หรือบางครั้งตัวแปรในสมการอาจมีเลขชี้กำลังมากกว่า 1 อีกด้วย เช่น  $2x^2 + x = 4$  ซึ่งจะกล่าวถึงนิยามของสมการโดยสรุปไว้ดังนี้

**นิยาม สมการ (Equation)** หมายถึงประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวถึงการเท่ากัน โดยใช้เครื่องหมายดั่งนั้น “=”

**นิยาม ตัวแปร (Variable or Unknown)** คือ ตัวไม่ทราบค่าที่อยู่ในรูปตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ต่างๆ

**นิยาม ส่วนค่าที่ใช้แทนตัวแปรแล้วทำให้สองข้างของเครื่องหมาย “=” เท่ากัน เรียกว่า ผลเฉลยของสมการ (Solution)**

**สมบัติของสมการ**

1. ปริมาณใดๆรวมถึงฟังก์ชันสามารถบวกทั้งสองข้างของสมการได้
2. ปริมาณใดๆรวมถึงฟังก์ชันสามารถลบทั้งสองข้างของสมการได้
3. ปริมาณใดๆรวมถึงฟังก์ชันสามารถคูณทั้งสองข้างของสมการได้
4. ปริมาณใดๆรวมถึงฟังก์ชันที่ไม่เป็นศูนย์สามารถหารทั้งสองข้างของสมการได้

จะเห็นว่าการหาผลเฉลยของสมการไม่ใช่เรื่องยาก สิ่งที่เรามักสับสนคือ โจทย์ปัญหา ก่อนที่จะมาเป็นสมการ ในบทนี้เราจึงข้ามการฝึกทักษะวิธีการแก้สมการเพียงอย่างเดียว ไปสู่การฝึกหัดทำโจทย์ปัญหาที่สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสมการรวมถึงการแก้สมการด้วย

**ข้อแนะนำในการแก้ปัญหเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาสมการต่างๆ ไป มีดังนี้**

1. เมื่ออ่านปัญหาโจทย์แล้วจะต้องกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่ยังไม่ทราบค่าในโจทย์ ซึ่งอาจมีหลายข้อความ โดยทั่วไปมักจะกำหนดตัวแปรแทนข้อความที่โจทย์ถาม
2. เครื่องหมาย “=” มักจะสร้างจากข้อความ เป็น, อยู่, จะได้(ได้), เท่ากับ, รวมกับ, ต่างกัน, หรือมาจากการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อความ
3. ในบางครั้งเราอาจต้องวาดรูปประกอบเพื่อให้ง่ายต่อการกำหนดสิ่งต่างๆ

ในบทที่ 5 นี้เราจะทำการฝึกทักษะในการหาผลเฉลยของ โจทย์ปัญหาสมการที่ตัวแปรมีเลขชี้กำลังเป็น 1 หรือที่เราเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า **สมการเชิงเส้น**

**ตัวอย่างที่ 1** พ่อกับแม่มีเงินรวมกัน 10,000 บาท ถ้าพ่อให้เงินแม่ใช้เพิ่มจากเงินของแม่เองอีก 2,000 บาท เดิมพ่อมีเงินมากกว่าแม่อยู่ 4,000 บาท เดิมแม่จะมีเงินใช้กี่บาท

**วิธีทำ** กำหนดให้ แม่มีเงินใช้  $x$  บาท (ซึ่งเป็นจำนวนไม่ทราบค่า และ โจทย์ถาม)

ดังนั้น เดิมแม่มีเงิน  $x - 2,000$  บาท

และ เงินของพ่อจะมี  $10,000 - (x - 2,000)$  บาท หรือ  $12,000 - x$  บาท

จากประโยคที่ว่า เดิมพ่อมีเงินมากกว่าแม่อยู่ 4,000 บาท จะได้ว่า

$$\text{สมการคือ} \quad (12,000 - x) - (x - 2,000) = 4,000$$

$$12,000 - x - x + 2,000 = 4,000$$

$$14,000 - 2x = 4,000$$

$$-2x = -10,000$$

$$x = 5,000$$

ดังนั้น แม่มีเงินใช้ 5,000 บาท

ในบางครั้งเราอาจกำหนดตัวแปรไม่ตรงกับสิ่งที่โจทย์ถาม ในจุดนี้เราจึงต้องมีความระมัดระวังและรอบคอบก่อนตอบด้วย เช่น โจทย์ถามว่า เดิมแม่มีเงินกี่บาท ในที่นี้ 5,000 บาทจะไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้อง ต้องทำต่อไปอีกขั้นหนึ่งคือ เดิมแม่มีเงิน  $x - 2,000 = 5,000 - 2,000$  บาท จากตัวอย่างที่ 1 อาจกำหนดตัวแปรได้สองตัวคือ ให้เงินของพ่อและเงินของแม่เป็นสิ่งที่ไม่ทราบค่าทั้งคู่ เราอาจกำหนดตัวแปรได้ดังนี้

ให้ เดิมแม่มีเงิน  $x$  บาท

และ เดิมพ่อมีเงิน  $y$  บาท

ดังนั้น แม่มีเงินใช้  $2,000 + x$  บาท

เดิมนพ่อมีเงินมากกว่าแม่  $x - y = 4,000$  บาท

เงินสองคนรวมกันได้  $x + y = 10,000$  บาท

เกิดเป็นสมการสองตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 1 จำนวนสองสมการ หรือจะกล่าวว่ามีสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสองสมการ โดยที่สมการทั้งสองต้องมีชุดคำตอบเดียวกัน

**นิยาม** สมการมากกว่าหนึ่งสมการที่มีชุดคำตอบร่วมกันจะเรียกว่า **ระบบสมการ**

### หลักสำคัญที่ใช้แก้ระบบสมการสองตัวแปร

1. กำหนดตัวแปรให้ครบ
2. พยายามลดจำนวนตัวแปรในแต่ละสมการ โดยใช้วิธีการดังนี้
  - 2.1 จัดรูปตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปของตัวแปรที่เหลือ แล้วนำไปแทนค่าในอีกสมการหนึ่ง
  - 2.2 จัดรูปให้ตัวแปรหนึ่งอยู่ในรูปของตัวแปรที่เหลือทั้งสองสมการ แล้วจับเท่ากัน
  - 2.3 ทำสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้เท่ากันหรือตรงข้ามกัน แล้วจับสมการลบหรือบวกกันกันเพื่อหาค่าตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์เท่ากันหรือตรงข้ามกันทิ้ง

จากตัวอย่างที่ 1 เรากำหนดตัวแปรและสร้างสมการได้ดังนี้

ให้เดิแม่มีเงิน	$x$	บาท
และเดิพ่อมีเงิน	$y$	บาท
ดังนั้นแม่มีเงินใช้	$2,000 + x$	บาท
เดิพ่มีเงินมากกว่าแม่	$x - y = 4,000$	บาท
เงินสองคนรวมกันได้	$x + y = 10,000$	บาท
จึงกำหนดสมการได้ดังนี้	$y - x = 4,000$	.....(1)
	$x + y = 1,000$	.....(2)

ต่อไปจะเป็นวิธีการหาคำตอบของระบบสมการ

**วิธีที่ 1** โดยจัดรูป  $y$  ในรูปของ  $x$  เฉพาะสมการที่ (1)

$$\text{จาก (1) } y = 4,000 + x$$

$$x + (4,000 + x) = 10,000$$

$$4,000 + 2x = 10,000$$

$$2x = 6,000$$

$$x = 3,000$$

นั่นคือเดิแม่มีเงิน 3,000 บาท

(ดังนั้น เงินที่แม่ใช้ได้คือ  $x + 2,000 = 3,000 + 2,000 = 5,000$  บาท)

**วิธีที่ 2** โดยจัดรูป  $y$  ในรูปของ  $x$  ทั้งสองสมการ

$$\text{จาก (1); } y = 4,000 + x$$

$$\text{จาก (2); } y = 10,000 - x$$

เนื่อง  $y$  ในสมการที่ (1) และ (2) เท่ากัน

$$\text{จะได้ว่า } 4,000 + x = 10,000 - x$$

$$x + x = 10,000 - 4,000$$

$$2x = 6,000$$

$$x = 3,000$$

นั่นคือเดิมแม่มีเงิน 3,000 บาท

(ดังนั้น เงินที่แม่ใช้ได้คือ  $x + 2,000 = 3,000 + 2,000 = 5,000$  บาท)

**วิธีที่ 3** เนื่องจากสัมประสิทธิ์ หน้า  $y$  มีค่าตรงข้ามกัน จะได้ว่า

$$\text{นำ (1) + (2); } 2x = 6,000$$

$$x = 3,000$$

นั่นคือเดิมแม่มีเงิน 3,000 บาท

(ดังนั้น เงินที่แม่ใช้ได้คือ  $x + 2,000 = 3,000 + 2,000 = 5,000$  บาท)

ซึ่งจะเห็นว่าทั้ง 4 วิธีจะมีคำตอบเดียวกัน แล้วแต่ความถนัดของผู้ทำ นอกจากนั้นในการหาคำตอบของระบบสมการ

โดยทั่วไปปัญหาสำหรับสมการ 2 ตัวแปรมักเกี่ยวข้องกับเรื่องต่อไปนี้

### 1. จำนวนกับตัวเลข

**เลข 2 หลัก** ต้องกำหนดทีละหลัก เช่น ให้  $x$  เป็นหลักสิบและ  $y$  เป็นหลักหน่วย ใช้ค่าประจำหลักเขียนเลขจำนวนนี้เป็น  $10x + y$

**เลขเศษส่วน** ต้องกำหนดเศษและส่วนเป็นตัวแปรคนละตัว เช่น ให้  $x$  เป็นเศษ และ  $y$  เป็นส่วน เศษส่วนจำนวนนั้นคือ  $\frac{x}{y}$

**เลข 2 จำนวน** ต้องระบุลงไปว่า  $x$  หรือ  $y$  เป็นจำนวนน้อย อีกจำนวนเป็นจำนวนมาก

ถ้าไม่มีจำนวนน้อย จำนวนมาก แต่มี 2 จำนวน ให้กำหนดจำนวนแรกเป็น  $x$  อีกจำนวนหนึ่งเป็น  $y$  แล้วเข้าสมการตามโจทย์ให้ถูก

**ตัวอย่างที่ 2** เลขจำนวนหนึ่งประกอบด้วยสองหลัก เลขหลักหน่วยมากกว่าเลขหลักสิบอยู่ 5 ผลบวกของเลขจำนวนเดิมกับจำนวนที่เกิดจากการสลับหลักกันกับจำนวนเดิมเป็น 143 จงหาจำนวนเดิม

**วิธีทำ** ให้จำนวนแรกมีหลักหน่วยเป็น  $x$  และ หลักสิบเป็น  $y$

ดังนั้นจำนวนแรกคือ  $x+10y$

และจำนวนที่สองคือ  $10x+y$

ในการสร้างสมการ จะเห็นว่า

จำนวนแรกหลักหน่วยมากกว่าหลักสิบอยู่ห้าจะได้ว่า  $x-y = 5$  .....(1)

ผลบวกของจำนวนทั้งสองจำนวนคือ 143 จะได้ว่า  $(x+10y)+(10x+y) = 143$

หรือ  $11x+11y = 143$  .....(2)

จาก (1)  $\times$  11;  $11x-11y = 55$  .....(2)

จาก (1)+(2);  $22x = 198$

$$x = \frac{198}{22} = 9$$

แทนค่า  $x=9$  ลงใน(1);  $9 - y = 5$

$$y = 4$$

นั่นคือหลักหน่วยเป็น 9 และหลักสิบเป็น 4 ดังนั้นจำนวนนั้นคือ 49

## 2. อายุในอดีต - ปัจจุบัน - อนาคต

นิยามกำหนดอายุในปัจจุบันเป็น  $x$  เป็น  $y$  แล้วใช้วิธีลบออกเมื่อต้องการหาจำนวนอายุเป็นปีในอดีต และใช้วิธีบวกเมื่อต้องการหาอายุในอนาคต

**ตัวอย่างที่ 3** เมื่อ 3 ปีที่แล้ว อัตราส่วนของอายุของนายเอกกับนายบี เป็น 3:5 และถ้าใน 10 ปีข้างหน้าอัตราส่วนของอายุของนายเอกกับนายบี เป็น 5:3 จงหาอายุปัจจุบันของนายเอ และนายบี

**วิธีทำ** ให้อายุนายเอปัจจุบันเป็น  $x$  ปี

อายุนายบีปัจจุบันเป็น  $y$  ปี

ดังนั้น 3 ที่แล้วนายเอมีอายุ  $x-3$  ปี

และ 3 ที่แล้วนายบีมีอายุ  $y-3$  ปี

$$\text{จะได้ สมการ } \frac{x-3}{y-3} = \frac{3}{5}$$

$$\text{และ } \frac{x+10}{y+10} = \frac{5}{3}$$

$$\text{นั่นคือ } 5(x-3) = 3(y-3)$$

$$\text{นั่นคือ } 5x - 3y = 6 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 3(x+10) = 5(y+10)$$

$$\text{นั่นคือ } 3x - 5y = -20 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จาก (1)} \times 5; \quad 25x - 15y = 30 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{จาก (2)} \times 3; \quad 9x - 15y = -60 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (3)} - (4); \quad 16x = 90$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{90}{16} = 5\frac{5}{8}$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ใน (1) จะได้ } 5\left(\frac{90}{16}\right) - 3y = 6$$

$$\text{จะได้ } 3y = \frac{177}{8}$$

$$\text{นั่นคือ } y = 7\frac{3}{8}$$

ถ้า 8 ส่วนคิดเป็น 12 เดือน

$$\text{แล้ว 5 ส่วนคิดเป็น } \frac{12}{8} \times 5 = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ เดือน}$$

$$\text{และ 3 ส่วนคิดเป็น } \frac{12}{8} \times 3 = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ เดือน}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

อายุนายเอปัจจุบันเป็น 5 ปี 7 เดือน 15 วัน

อายุนายบีปัจจุบันเป็น 7 ปี 3 เดือน 15 วัน

### 3. ราคาสิ่งของ - จำนวนสิ่งของ

$$\text{จำนวนเงินทั้งหมด} = \text{จำนวนสิ่งของ} \times \text{ราคาต่อหน่วย}$$

$$\text{ราคาของหนึ่งหน่วย} = \text{จำนวนเงินทั้งหมด} / \text{จำนวนสิ่งของ}$$



**ตัวอย่างที่ 4** ปากกา 4 ด้าม ดินสอ 2 แท่ง รวมกัน 24 บาท แต่ปากกา 6 ด้าม ดินสอ 5 แท่ง ราคา รวมกัน 40 บาท ดังนั้น ปากกา 1 ด้าม ดินสอ 1 แท่งราคารวมกันเท่าใด

**วิธีทำ** ให้ปากกาด้ามละ  $x$  บาท

และ ดินสอแท่งละ  $y$  บาท

$$\text{จะได้สมการ } 4x + 2y = 24 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 6x + 5y = 40 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จาก (1)} \times 3; \quad 12x + 6y = 72 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{จาก (2)} \times 2; \quad 12x + 10y = 80 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{นำ (3) - (4);} \quad -4y = -8$$

$$y = 2$$

$$\text{แทนค่า } y=2 \text{ ลงใน (1); } 4x + 2(2) = 24$$

$$4x + 4 = 24$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

ดังนั้นปากกา ด้ามละ 5 บาท และ ดินสอด้ามละ 2 บาท

#### 4. ระยะทาง-ความเร็ว-เวลา

$$\text{ระยะทาง} = \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา}$$

$$\text{เวลา} = \text{ระยะทาง} / \text{ความเร็ว}$$

#### 5. กระแสน้ำ

การแล่นเรือหรือพายเรือในน้ำเกี่ยวข้องกับกระแสน้ำ ความเร็วเรือในน้ำนิ่ง ทิศทางการเคลื่อนที่ของเรือตามหรือทวนน้ำ

$$\text{ความเร็วของเรือที่ตามน้ำ} = \text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} + \text{ความเร็วของกระแสน้ำ}$$

$$\text{ความเร็วของเรือที่ทวนน้ำ} = \text{ความเร็วของเรือในน้ำนิ่ง} - \text{ความเร็วของกระแสน้ำ}$$

$$\text{เขียนสั้นๆ} \quad \text{ตามน้ำ} = \text{น้ำนิ่ง} + \text{กระแสน้ำ} \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{ทวนน้ำ} = \text{น้ำนิ่ง} - \text{กระแสน้ำ} \quad \dots\dots(2)$$

$$\text{ถ้านำ (1)+(2) จะได้} \quad \text{ตามน้ำ} + \text{ทวนน้ำ} = 2\text{น้ำนิ่ง}$$

$$\text{นั่นคือ} \quad \text{น้ำนิ่ง} = \text{ตามน้ำ} + \text{ทวนน้ำ} / 2 \quad \dots\dots(3)$$

$$\text{เช่นเดียวกัน ถ้านำ (1)-(2) จะได้ กระแสน้ำ} = \text{ตามน้ำ} - \text{ทวนน้ำ} / 2 \quad \dots\dots(4)$$

สูตร (1),(2),(3) และ (4) นี้ มีหน่วยเป็นระยะทางขณะเวลาเท่ากัน

**ตัวอย่างที่ 5** พายเรือตามน้ำ 3 ชั่วโมง ได้ทางเท่ากับพายเรือทวนน้ำ ถึง 5 ชั่วโมง อัตราส่วนความเร็วของเรือในน้ำนิ่งกับความเร็วของกระแสน้ำเป็นเท่าไร (โจทย์ข้อนี้ต้องใช้ความรู้ในข้อ 5 และ ข้อ 6)

**วิธีทำ** ให้อัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่งชั่วโมงละ  $x$  กิโลเมตร

ให้อัตราเร็วของกระแสน้ำชั่วโมงละ  $y$  กิโลเมตร

ดังนั้นพายเรือตามน้ำหนึ่งชั่วโมงได้ทาง  $x + y$

และพายเรือทวนน้ำหนึ่งชั่วโมงได้ทาง  $x - y$

เนื่องจากพายเรือตามน้ำ 3 ชั่วโมง ได้ทางเท่ากับพายเรือทวนน้ำ 5 ชั่วโมง

$$\text{จะได้สมการคือ } 3(x + y) = 5(x - y)$$

$$3x + 3y = 5x - 5y$$

$$5y + 3y = 5x - 3x$$

$$8y = 2x$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{1}$$

ดังนั้น อัตราส่วนของเรือในน้ำนิ่งกับความเร็วของกระแสน้ำคือ 4:1

จะเห็นว่าตัวอย่างนี้ไม่จำเป็นต้องกำหนดตัวแปรเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม เนื่องจากยากต่อการนำไปใช้งานต่อ และสุดท้ายไม่จำเป็นต้องหาค่าของตัวแปรแต่ละตัวก็จะสามารถทราบคำตอบได้

## 6. กำไร-ขาดทุน-ส่วนลด-นายหน้า

กำไรร้อยละหรือขาดทุนร้อยละ ต้องคิดจากต้นทุน 100 บาทเสมอ

## 7. ของผสม

เป็นการนำของที่มีคุณภาพต่างกันมาผสมกัน ให้เกิดของที่มีคุณภาพอยู่ระหว่างของเดิมนั้น เช่น เอาของดีผสมของไม่ดีแล้วได้ของชนิดปานกลาง วิธีทำต้องกำหนดจำนวนของท่าผสมแต่ละชนิด แล้วต้องหาต้นทุนของของผสมนั้นด้วยทุกครั้ง

ตัวอย่าง 6 สับปะรดนางแลกิโลกรัมละ 20 บาท และ สับปะรดภูแลกิโลกรัมละ 30 บาท หากเอามาขายคละกัน ในราคา กิโลกรัมละ 25 บาท ได้กำไรทั้งหมด 20% ต้องขายสับปะรดนางแลกี่กิโลกรัม (ใช้ความรู้ในข้อ 6 และ 7)

วิธีทำ ให้สับปะรดนางแลขายได้  $x$  กิโลกรัม

ให้สับปะรดภูแลขายได้  $y$  กิโลกรัม

ดังนั้นขายสับปะรดได้ทั้งหมด  $x+y$  กิโลกรัม

สับปะรดนางแลขายได้  $20x$  บาท

สับปะรดนางแลขายได้  $30y$  บาท

ดังนั้นจะมีต้นทุน  $20x+30y$

แต่หากขายคละกิโลละ 25 จะขายได้  $25(x+y)$  ซึ่งขายได้กำไร 20%

ทุน 100 บาท ขายไป 120 บาท

ทุน  $20x + 30y$  ขายไป  $\frac{20x + 30y}{100} \times 120$

ดังนั้นสมการคือ  $\frac{20x + 30y}{100} \times 120 = 25(x + y)$

## 8. แรงงาน

การคำนวณเกี่ยวกับแรงงานของคน สัตว์ สิ่งของ ต้องสัมพันธ์กับเวลา โดยใช้หลักการ

เทียบเวลา 1 หน่วยเวลา

ตัวอย่างที่ 7 ถ้าชาย 3 คน กับหญิง 2 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จใน 3 วัน แต่ถ้าให้ชายเพียง 2 คน กับหญิงอีก 3 คน ทำงานนั้นเสร็จใน 4 วัน จงหาว่าถ้าชายคนเดียวจะเสร็จในกี่วัน

วิธีทำ ให้ชายคนเดียวทำงานเสร็จใน  $x$  วัน

และหญิงคนเดียวทำงานเสร็จใน  $y$  วัน

ดังนั้นใน 1 วันชายคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{x}$

และใน 1 วันหญิงคนเดียวได้งาน  $\frac{1}{y}$

ดังนั้น ใน 1 วัน ชาย 3 คน และ หญิง 2 คน ได้งาน  $3\left(\frac{1}{x}\right) + 2\left(\frac{1}{y}\right)$

นั่นคือใน 3 วัน ชาย 3 คน และ หญิง 2 คน ได้งาน  $9\left(\frac{1}{x}\right)+6\left(\frac{1}{y}\right)$

และใน 1 วัน ชาย 2 คน และ หญิง 3 คน ได้งาน  $2\left(\frac{1}{x}\right)+3\left(\frac{1}{y}\right)$

นั่นคือใน 4 วัน ชาย 2 คน และ หญิง 3 คน ได้งาน  $8\left(\frac{1}{x}\right)+12\left(\frac{1}{y}\right)$

เนื่องจากงานที่ได้เท่ากัน จะได้ ว่า  $9\left(\frac{1}{x}\right)+6\left(\frac{1}{y}\right)=8\left(\frac{1}{x}\right)+12\left(\frac{1}{y}\right)$ .....(1)

จะได้ว่า  $\frac{1}{x} = \frac{6}{y}$

นั่นคือ  $y = 6x$

เนื่องจากใน 3 วัน ชาย 3 คน และ หญิง 2 คน ได้งาน  $9\left(\frac{1}{x}\right)+6\left(\frac{1}{y}\right)$

จะได้ว่า  $9\left(\frac{1}{x}\right)+6\left(\frac{1}{6x}\right)=\frac{9}{x}+\frac{1}{x}=\frac{10}{x}$

เนื่องจากชายคนเดียวทำงานได้  $\frac{1}{x}$  หน่วย ใช้เวลา 1 วัน

ถ้าชายคนเดียวทำงานได้  $\frac{10}{x}$  หน่วยจะต้องใช้เวลา  $\frac{1 \times \frac{10}{x}}{\frac{1}{x}} = \frac{10}{x} \times x = 10$  วัน

นั่นคือชายคนเดียวต้องใช้เวลาในการทำงาน 10 วัน

**อสมการ**

บ่อยครั้งที่เราจะพบเห็นความสัมพันธ์ที่มากกว่า, น้อยกว่า, มากกว่าหรือเท่ากับ, น้อยกว่าหรือเท่ากับและการไม่เท่ากับ ในชีวิตประจำวัน เช่น ซึ่งเราสามารถแปลงความสัมพันธ์เหล่านั้นให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้เช่นเดียวกับสมการ และเครื่องหมายที่ใช้จะแทนด้วย

">", "<", "≥", "≤" และ "≠" ตามลำดับ ในการหาคำตอบของอสมการจำเป็นต้องทราบ

สมบัติของจำนวนจริงบางประการต่อไปนี้ด้วย

1. ถ้า  $a > 0$  และ  $b > 0$  แล้ว  $a + b > 0$
2.  $a < 0$  ก็ต่อเมื่อ  $-a > 0$  และ  $a > 0$  ก็ต่อเมื่อ  $-a < 0$

3. ถ้า  $a > 0$  แล้ว  $\frac{1}{a} > 0$
4. ถ้า  $a < 0$  แล้ว  $\frac{1}{a} < 0$
5.  $ab > 0$  ก็ต่อเมื่อ ( $a > 0$  และ  $b < 0$ ) หรือ ( $a < 0$  และ  $b > 0$ )
6.  $ab > 0$  ก็ต่อเมื่อ ( $a > 0$  และ  $b > 0$ ) หรือ ( $a < 0$  และ  $b < 0$ )
7.  $a \leq b$  และ  $b \leq a$  ก็ต่อเมื่อ  $a = b$
8. ถ้า  $a < b$  และ  $b < c$  แล้ว  $a < c$
9. ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a + c < b + c$
10. ถ้า  $a < b$  และ  $c < d$  แล้ว  $a + c < b + d$
11. ถ้า  $a < b$  และ  $c > 0$  แล้ว  $ac < bc$
12. ถ้า  $a < b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac > bc$

รวมถึงทฤษฎีบทที่ควรทราบดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 1** สำหรับจำนวนจริง  $a, b, c$  และ  $d$  ใดๆ ที่  $0 < a < b, 0 < c < d$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

1.  $0 < ac < bd$
2.  $0 < a^n < b^n$
3.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > 0$
4.  $\frac{1}{a^n} > \frac{1}{b^n} > 0$

นอกจากนี้ทฤษฎีบทข้างต้นยังจะคงเป็นจริงหากแทนเครื่องหมาย “ $>$ ” ด้วย “ $\geq$ ” และแทน “ $<$ ” ด้วย “ $\leq$ ”

**ทฤษฎีบท 2** สำหรับจำนวนจริง  $a, b$  ใดๆ

1.  $a^2 \geq 0$
2.  $a^2 = 0$  ก็ต่อเมื่อ  $a = 0$

**ตัวอย่างที่ 8** จงหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด ของอสมการ  $x + \frac{3x+1}{2} < \frac{5+8x}{3}$

วิธีทำ  $x + \frac{3x+1}{2} < \frac{5+8x}{3}$

$$6x + 3(3x+1) < 2(5+8x)$$

$$6x + 9x + 3 < 10 + 16x$$

$$15x + 3 < 10 + 16x$$

$$-x < 7$$

$$x > -7$$

สำหรับโจทย์ปัญหาสมการ จะมีการกำหนดตัวแปรและหลักการในการเขียนประโยคสัญลักษณ์เช่นเดียวกับการเขียนประโยคสัญลักษณ์ในเรื่องสมการ โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้มาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้มา
3. เขียนสมการตามเงื่อนไขในโจทย์
4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขคำตอบในโจทย์

ตัวอย่างที่ 9 หนังสือเรียนวิชาหนึ่งมีแบบฝึกหัด 100 ข้อ นักศึกษาคนหนึ่งคาดหมายที่จะทำแบบฝึกหัดในหนังสือให้ได้ครบทุกข้อเนื่องจากอยากได้เกรด A หากพบว่าในแต่ละวันเขาทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า 5 ข้อ นักศึกษาค้นนี้ต้องใช้เวลากี่วันจึงจะทำแบบฝึกหัดครบทุกข้อ

วิธีทำ ให้  $x$  แทนจำนวนวันที่นักศึกษาใช้ทำแบบฝึกหัด

ดังนั้นนักศึกษาค้นจะทำแบบฝึกหัดได้มากกว่า  $5x$  ข้อ

นักศึกษาค้นต้องการทำแบบฝึกหัด 100 ข้อ ดังนั้นจะสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$5x < 100$$

$$x < \frac{100}{5}$$

$$x < 20$$

ดังนั้นจะทำแบบฝึกหัดหมดได้ต้องใช้เวลาเพียงไม่เกิน 20 วัน

ตัวอย่างที่ 10 ต้องการตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยอยากได้พื้นที่มากกว่า 20 ตารางเซนติเมตร และเส้นรอบรูปไม่เกิน 10 เซนติเมตร จะต้องตัดกระดาษความกว้างไม่เกินเท่าไร

วิธีทำ ให้  $x$  เป็นความกว้างของกระดาษ

และ  $y$  เป็นความกว้างของกระดาษ

จะได้ว่ากระดาษมีพื้นที่เป็น  $xy$  ตารางเซนติเมตร

และมีเส้นรอบรูป  $2x+2y$  เซนติเมตร

เนื่องจากปริมาตรต้องมากกว่า 20 ตารางเซนติเมตร จะได้ว่า  $xy \geq 18$  .....(1)

และ เส้นรอบรูปไม่เกิน 20 เซนติเมตร จะได้ว่า  $2x + 2y < 20$  .....(2)

ดังนั้น 
$$x \leq \frac{18-2x}{2}$$

$$\frac{1}{y} \geq \frac{2}{18-2x}$$

นั่นคือ 
$$xy \left( \frac{1}{y} \right) \geq 20 \left( \frac{2}{18-2x} \right)$$

$$x \geq \frac{40}{18-2x}$$

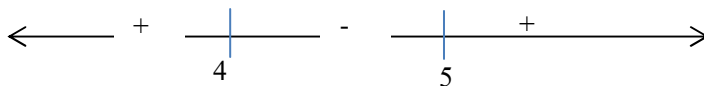
$$x(18-2x) \geq 40$$

$$-2x^2 + 18x - 40 \geq 0$$

$$2x^2 - 18x + 40 \leq 0$$

$$x^2 - 9x + 20 \leq 0$$

$$(x-5)(x-4) \leq 0$$



จะได้ว่า  $4 \leq x \leq 5$

นั่นคือกระดาษต้องกว้างไม่เกิน 5 เซนติเมตร

**สรุป**

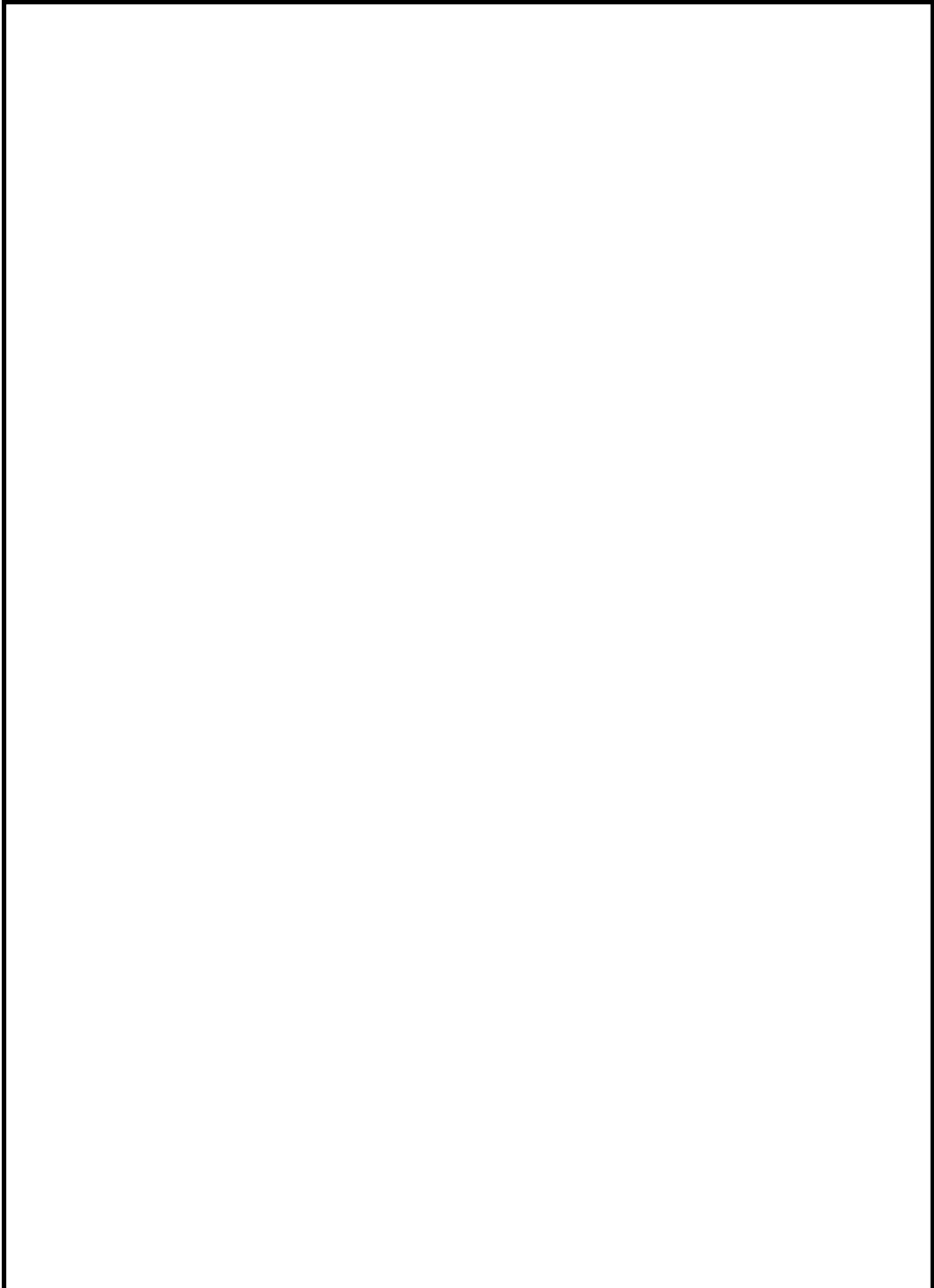
ในการประยุกต์ใช้สมการและอสมการ เป็นการมองปัญหาในชีวิตประจำวันที่เราต้องการคำตอบให้อยู่ในรูปโจทย์ปัญหาของสมการหรืออสมการ ถัดจากนั้นเราจะเริ่มเขียนปัญหานั้นให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ เพื่อให้สามารถแก้สมการหรืออสมการเพื่อหาคำตอบ ซึ่งจะนำไปคำตอบของปัญหานั้นๆได้

.....



### แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5

1. จงสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากเนื้อหาในบทนี้ โดยเขียนให้อยู่ในรูปแบบแผนผังความคิด









## เอกสารอ้างอิง

ศิริจันทร์ เวสารัชศาสตร์ (2549). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน**. กรุงเทพฯ : คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

สมการและอสมการสี่บ้ันเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก

<http://math1.snru.ac.th/UserFiles/File/math1@snru/...8-49/.../unit5.doc>

สมการและอสมการสี่บ้ันเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://th.wikipedia.org/wiki/สมการ>

สมการและอสมการสี่บ้ันเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก

<http://home.kku.ac.th/wattou/service/m123/03.pdf>

สมการและอสมการสี่บ้ันเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <https://sites.google.com/site/mathgang2m3/3>

## บทที่ 6

การประยุกต์ใช้ความรู้ทางสถิติ

เวลา 9 ชั่วโมง

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอด

คำว่า “สถิติ” (Statistics) มีความหมายแยกได้เป็น 2 ประการ คือ ประการแรก สถิติ หมายถึง ข้อมูลหรือตัวเลขซึ่งแสดงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เช่น รายได้ รายจ่าย จำนวนประชากร จำนวนนักเรียน ปริมาณน้ำฝน เป็นต้น ประการที่สอง สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่ว่าด้วยการจัดการกับข้อมูล 4 ขั้นตอน ดังนี้คือ การเก็บรวบรวมข้อมูล (Collection of Data) การวิเคราะห์ข้อมูล (Analysis of Data) การนำเสนอข้อมูล (Presentation of Data) และการแปลผลข้อมูล (Interpretation of Data) ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลในสถิติขั้นสูงมีความจำเป็นจะต้องอาศัยความน่าจะเป็น (Probability)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในระเบียบวิธีการทางสถิติ
2. เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องความน่าจะเป็น
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำวิธีการทางสถิติและความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและการวิจัยได้อย่างเหมาะสม

เนื้อหา

1. สถิติพรรณนา
2. ความน่าจะเป็น
3. การนำวิธีการทางสถิติและความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันและการวิจัย

กิจกรรมประกอบการสอน

1. ผู้สอนบรรยายให้ความรู้
2. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถาม แล้วสรุปเนื้อหา
3. ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้

**สื่อประกอบการสอน**

1. เอกสารเนื้อหาประกอบการสอน
2. แบบฝึกหัด

**การวัดและการประเมินผล**

1. ด้านความรู้ โดยการตรวจแบบฝึกหัด
2. ด้านทักษะ/กระบวนการ โดยการสังเกต
3. คุณลักษณะที่พึงประสงค์ โดยการสังเกตการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนรู้

ในปัจจุบันสถิติเข้ามาเกี่ยวข้องกับคนเราอยู่ตลอดเวลาทั้งจากการสนทนา การอ่านหนังสือ

วารสารวิชาการ หรืองานวิจัยต่าง ๆ มักจะมีข้อมูล ตัวเลข หรือวิธีการทางสถิติเกี่ยวข้องอยู่ด้วยเสมอ ตัวเลขทางสถิติที่เราคุ้นเคย ได้แก่ สถิติการเกิดอุบัติเหตุ สถิติผู้ป่วยโรคเอดส์ สถิติการติดยาเสพติด สถิติจำนวนประชากร เป็นต้น ซึ่งสถิติเหล่านี้อาจจะแสดงอยู่ในรูปของตาราง กราฟแท่ง กราฟเชิงเส้น แผนภาพ วงกลม หรืออาจจะเป็นวิธีการทางสถิติ เช่น การตอบแบบสอบถาม การสัมภาษณ์ เป็นต้น สถิติดังกล่าวจะมีส่วนช่วยในการตัดสินใจด้านต่าง ๆ ทั้งด้านการดำเนินชีวิต การบริหารองค์กร ตลอดจนจนถึงการบริหารประเทศ

### ความหมายของสถิติ

คำว่า “สถิติ” (Statistics) มีความหมายแยกได้เป็น 2 ประการ คือ ประการแรก สถิติ หมายถึง ข้อมูลหรือตัวเลขซึ่งแสดงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เช่น รายได้ รายจ่าย จำนวนประชากร จำนวนนักเรียน ปริมาณน้ำฝน เป็นต้น ประการที่สอง สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่ว่าด้วยการจัดการกับข้อมูล 4 ขั้นตอน ดังนี้คือ

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล (Collection of Data) ในการตัดสินใจในเรื่องต่าง ๆ จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลแทบทั้งสิ้น จึงมีความจำเป็นต้องมีการเก็บรวบรวมข้อมูลซึ่งอาจจะเก็บจากทะเบียนต่าง ๆ ที่มีผู้รวบรวมไว้แล้วหรืออาจจะเก็บรวบรวมด้วยตนเองโดยวิธีการสำรวจหรือการสัมภาษณ์ เป็นต้น

2. การนำเสนอข้อมูล (Presentation of Data) เป็นการนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้หรือที่วิเคราะห์ได้มาจัดให้อยู่ในรูปแบบที่น่าสนใจ ง่ายต่อความเข้าใจของบุคคลทั่วไป อาจอยู่ในรูป ตาราง แผนภาพ หรือแผนภูมิ เป็นต้น

3. การวิเคราะห์ข้อมูล (Analysis of Data) เป็นการดำเนินการกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่จะนำไปใช้ในการตัดสินใจต่อไป การวิเคราะห์ข้อมูลสามารถทำได้โดยการใช้สูตรสถิติ หรือใช้โปรแกรมสำเร็จรูปก็ได้ผลเช่นเดียวกัน



4. การแปลผลข้อมูล (Interpretation of Data) เป็นการนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นตัวเลขซึ่งยากต่อความเข้าใจของบุคคลทั่วไปมาอธิบายความหมายของตัวเลขเหล่านั้นให้เป็นผลสรุปที่สามารถให้คำตอบของวัตถุประสงค์ที่ต้องการศึกษาได้

### คำศัพท์ทางสถิติที่ควรทราบ

ในการศึกษาเกี่ยวกับสถิติจะมีคำศัพท์ที่ใช้อยู่บ่อย ๆ ซึ่งจะต้องมีความเข้าใจความหมายดังนี้

1. **ประชากร (Population)** หมายถึง ข้อมูลทุก ๆ หน่วยของสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เรากำลังศึกษา เช่น ต้องการศึกษารายจ่ายของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ประชากรหมายถึง นักศึกษาทุกคนในมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย หรือต้องการศึกษาอายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้ายี่ห้อหนึ่ง ประชากรหมายถึงหลอดไฟฟ้ายี่ห้อนี้ทั้งหมด เป็นต้น

2. **กลุ่มตัวอย่าง (Sample)** หมายถึง ข้อมูลที่ถูกเลือกมาเป็นตัวแทนของประชากร

3. **พารามิเตอร์ (Parameter)** หมายถึง ค่าคงตัวที่แสดงถึงคุณลักษณะของประชากร เช่น

ค่าเฉลี่ยของประชากร แทนด้วย  $\mu$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร แทนด้วย  $\sigma$

ความแปรปรวนของประชากร แทนด้วย  $\sigma^2$

สัดส่วนของประชากร แทนด้วย  $p$

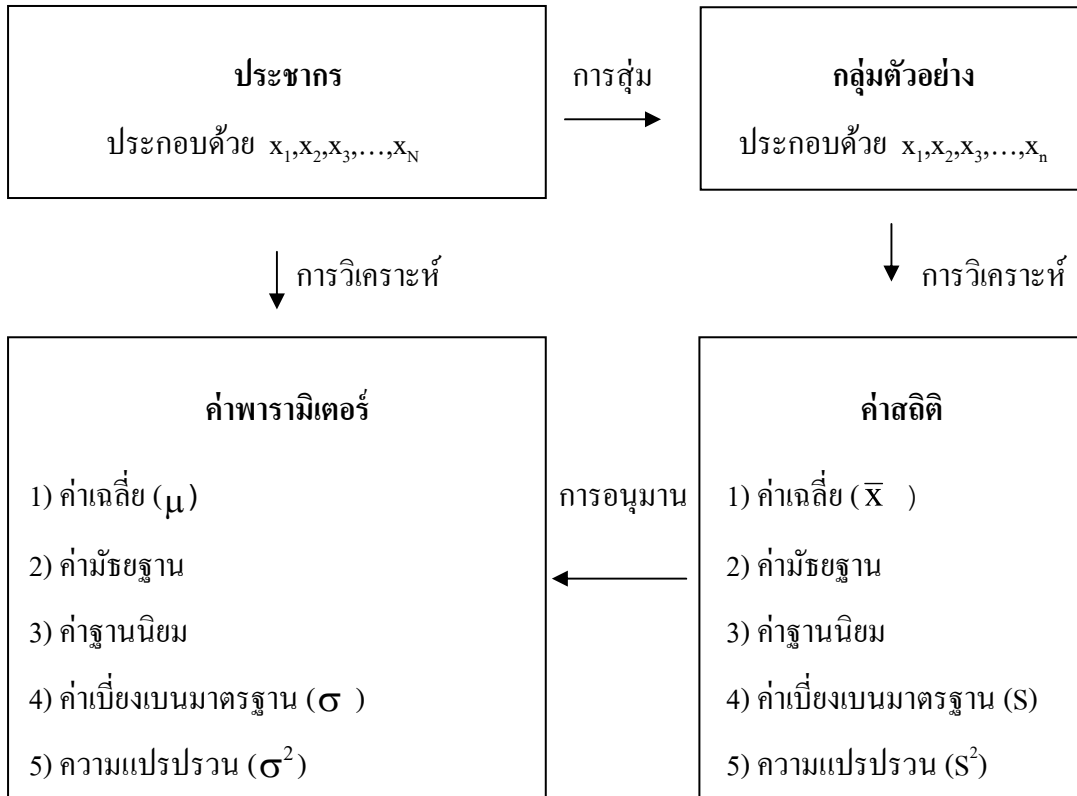
4. **ค่าสถิติ (Statistic)** หมายถึง ค่าที่แสดงคุณลักษณะของตัวอย่าง เช่น

ค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง แทนด้วย  $\bar{X}$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง แทนด้วย  $S$

ความแปรปรวนของตัวอย่าง แทนด้วย  $S^2$

สัดส่วนของตัวอย่าง แทนด้วย  $\hat{p}$



**ประเภทของสถิติ**

สถิติในฐานะที่เป็นศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. สถิติพรรณนา (Descriptive Statistics)

สถิติพรรณนาเป็นสถิติที่ใช้บรรยายถึงลักษณะของข้อมูลที่ศึกษาเพียงกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น ไม่สามารถนำผลสรุปไปอ้างอิงข้อมูลกลุ่มอื่นได้ เช่น การศึกษารายได้ของประชาชนในจังหวัดเชียงราย โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลรายได้ของประชาชนทุกคนในจังหวัดเชียงราย แล้วทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล จะเห็นว่าผลการวิเคราะห์ที่ได้สามารถอธิบายรายได้ของประชาชนในจังหวัดเชียงรายเท่านั้น ไม่สามารถนำไปอธิบายรายได้ของประชาชนในจังหวัดอื่น ๆ ได้ วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติพรรณนามีดังนี้ คือ การแจกแจงความถี่ การหาค่าสัดส่วนหรือค่าร้อยละ การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจายของข้อมูล เป็นต้น

## 2. สถิติอนุมาน (Inferential Statistics)

สถิติอนุมานเป็นสถิติอาศัยการวิเคราะห์จากข้อมูลตัวอย่างแล้วนำผลที่ได้ไปสรุปถึงพารามิเตอร์ของประชากร ตัวอย่างเช่น พรรคการเมืองพรรคหนึ่งต้องการทราบความนิยมของประชาชนที่มีต่อพรรค ถ้าหากสอบถามผู้มีสิทธิเลือกตั้งทุกคนทั่วประเทศ ก็จะทำให้สิ้นเปลืองเวลายาวนาน และอาจจะไม่ทันการณ์ นักวิจัยผู้รับผิดชอบจะใช้วิธีการสุ่มสำรวจผู้มีสิทธิเลือกตั้งเพียงบางส่วนนำผลที่ได้มาวิเคราะห์แล้วสามารถสรุปผลได้ว่าความนิยมที่มีต่อพรรคทั่วทั้งประเทศว่ามีมากน้อยเพียงใดและยังสามารถบอกได้ว่าการสรุปดังกล่าวมีความถูกต้องเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดด้วย วิธีการวิเคราะห์ทำได้โดยใช้วิธีการประมาณค่า (Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Test)

### ข้อมูล

ข้อมูล (Data) หมายถึง ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องที่สนใจศึกษาซึ่งอาจจะเป็นตัวเลขหรือไม่เป็นตัวเลขก็ได้ ข้อมูลแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data) หมายถึง ข้อมูลที่สามารถวัดออกมาเป็นตัวเลขและคำนวณได้ เช่น อายุ น้ำหนัก ส่วนสูง คะแนน หรือคะแนนความคิดเห็นแบบมาตราการประเมิน (Rating Scale) เช่น มากที่สุด(5) มาก(4) ปานกลาง(3) น้อย(2) น้อยที่สุด(1) เป็นต้น การวิเคราะห์ข้อมูลสามารถหาค่าเฉลี่ย มัชฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความแปรปรวน

2. ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) หมายถึง ข้อมูลที่ไม่สามารถคำนวณได้ เช่น เพศ ศาสนา อาชีพ ระดับการศึกษา หรือ อายุที่แบ่งเป็นช่วง ๆ เป็นต้น การวิเคราะห์ข้อมูลสามารถแจกแจงความถี่และร้อยละ ได้เท่านั้น

### มาตราการวัดข้อมูล

จากที่กล่าวมาแล้วว่าข้อมูลหมายถึงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องที่สนใจศึกษาซึ่งอาจจะเป็นตัวเลขหรือไม่เป็นตัวเลขก็ได้ เราสามารถแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ระดับ ตามมาตราการวัดดังต่อไปนี้

1. มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale) เป็นการวัดข้อมูลเชิงคุณภาพโดยการจำแนกข้อมูลออกเป็นกลุ่ม ๆ ตามลักษณะใดลักษณะหนึ่งและสามารถนับจำนวนความถี่ได้ เช่น จำแนกตาม

เพศ เป็นเพศชายและเพศหญิง จำแนกตามวุฒิการศึกษาเป็นประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอุดมศึกษา เป็นต้น

2. มาตราเรียงอันดับ (Ordinal Scale) เป็นการวัดข้อมูลเชิงคุณภาพที่สามารถจัดจัดเป็นอันดับบอกความมากหรือน้อยกว่ากันได้ เช่น ผลการประกวดภาพวาดเป็นอันดับ 1 2 และ 3 ซึ่งบอกได้ว่าอันดับ 1 สวยกว่าอันดับ 2 และอันดับ 2 สวยกว่าอันดับ 3 แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าสวยกว่ากันมากน้อยเท่าใดนอกจากนี้ระดับการศึกษา หรืออาหารและตำราวจ ก็จัดเป็นข้อมูลในมาตรานี้ด้วย

3. มาตรการอันดับ (Interval Scale) เป็นการวัดข้อมูลเชิงปริมาณที่มีความแตกต่างของข้อมูลแต่ละหน่วยมีค่าเท่ากัน โดยมีศูนย์เป็นจุดเริ่มต้นของการวัด เช่น คะแนน และอุณหภูมิ แต่ค่าศูนย์ดังกล่าวไม่ใช่ศูนย์แท้ เช่น คะแนนศูนย์ไม่ได้หมายความว่าผู้สอบไม่มีความรู้เลย หรือนาย ก. สอบได้ 40 คะแนนส่วนนาย ข. สอบได้ 20 คะแนน ไม่ได้หมายความว่า นาย ก. มีความรู้เป็น 2 เท่าของนาย ข. เป็นต้น

4. มาตรการอัตราส่วน (Ratio Scale) เป็นการวัดข้อมูลเชิงปริมาณเช่นเดียวกับข้อมูลในมาตรการอันดับแต่เป็นข้อมูลที่มีศูนย์แท้ ได้แก่ น้ำหนัก ส่วนสูง ระยะทาง รายได้ เป็นต้น เช่น นาย ก. มีรายได้ 0 บาท แสดงว่านาย ก. ไม่มีรายได้เลย และข้อมูลมาตรานี้สามารถนำมาเปรียบเทียบกันในรูปแบบอัตราส่วนได้ เช่น โต๊ะตัวหนึ่งกว้าง 30 นิ้ว ยาว 60 นิ้ว สามารถบอกได้ว่าโต๊ะตัวนี้มีความยาวเป็น 2 เท่าของความกว้าง เป็นต้น

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

จากการที่กล่าวมาแล้วว่าสถิติในฐานะที่เป็นศาสตร์จะต้องเริ่มจากการเก็บรวบรวมข้อมูล และวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลจะแตกต่างกันไปตามความต้องการและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูล ข้อมูลมีการจำแนกตามแหล่งที่เก็บได้เป็น 2 ชนิดคือ ข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) เป็นข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากแหล่งที่มีการเก็บไว้ก่อนแล้ว เช่น จากทะเบียน เอกสารหรือรายงานต่าง ๆ และข้อมูลปฐมภูมิ (Primary Data) เป็นข้อมูลที่ต้องทำการเก็บรวบรวมด้วยตนเอง เนื่องจากข้อมูลที่ต้องการยังไม่มีผู้เก็บรวบรวมมาก่อนหรือถ้ามีการเก็บรวบรวมไว้แล้วก็ไม่ตรงตามความต้องการหรือข้อมูลไม่ทันสมัย ข้อมูลปฐมภูมิมิวิธีการเก็บรวบรวมได้ดังนี้

1. โดยการสำมะโน (Census) หมายถึง การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยในประชากร ภายในขอบเขตของเรื่องที่น่าสนใจศึกษา เช่น สำมะโนประชากรคือการเก็บข้อมูลทุกครัวเรือนในประเทศไทย นอกเหนือจากนี้ยังมีสำมะโนการเกษตร สำมะโนธุรกิจการค้าและการบริการ เป็นต้น ซึ่งการสำมะโนจะต้องใช้เวลา แรงงาน และค่าใช้จ่ายเป็นจำนวนมาก

2. โดยการสำรวจ (Survey) หมายถึง การเก็บรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างที่เป็นตัวแทนที่ดีของประชากรและประกอบไปด้วยลักษณะต่าง ๆ ของประชากรครบถ้วน

### การนำเสนอข้อมูล

วัตถุประสงค์ที่สำคัญของการนำเสนอข้อมูลก็เพื่อที่จะนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาเสนอหรือเผยแพร่ให้ผู้สนใจในข้อมูลนั้น ๆ ทราบหรือสามารถนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์ในด้านต่างๆ ได้ โดยทั่วไปการนำเสนอข้อมูล สามารถทำได้ในรูปแบบข้อความ รูปตาราง หรือรูปภาพ

### ตัวอย่างที่ 1 จากสถิติประชากรจังหวัดเชียงรายต่อไปนี้

รายการ	2551	2552	2553	2554	2555
จำนวนประชากรชาย	606,775	588,850	589,890	589,759	590,446
จำนวนประชากรหญิง	620,542	606,083	608,328	608,897	609,977
จำนวนคนเกิด	11,269	11,284	11,335	11,792	12,399
จำนวนคนตาย	9,152	8,820	9,359	9,355	9,415
จำนวนคนย้ายเข้า	61,436	60,735	58,761	60,420	58,516
จำนวนคนย้ายออก	59,090	57,772	55,271	56,388	53,995

### จงตอบคำถามต่อไปนี้

- ปี 2555 ประชากรจังหวัดเชียงรายทั้งหมดมีจำนวนเท่าใด
- ปี 2552 ประชากรชายต่อประชากรทั้งหมดคิดเป็นอัตราส่วนประมาณเท่าใด
- ปี 2551 ประชากรชายเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของประชากรหญิง
- ตั้งแต่ปี 2551 ถึงปี 2555 โดยเฉลี่ยมีจำนวนคนเกิดปีละกี่คน

วิธีทำ 1. ปี 2555 ประชากรจังหวัดเชียงรายทั้งหมดมีจำนวนเท่า 1,200,423 คน

2. ปี 2552 ประชากรทั้งหมด = 588,850 + 606,083 = 1,194,933

อัตราส่วนของประชากรชายต่อประชากรทั้งหมด

$$= \frac{\text{จำนวนประชากรชาย}}{\text{จำนวนประชากรทั้งหมด}} = \frac{588,850}{1,194,933} = \frac{1}{1.96} \approx \frac{1}{2}$$

อัตราส่วนประมาณ 1 : 2

3. ปี 2551 จำนวนประชากรหญิง 620,542 คน คิดเป็น 100 %

$$\text{จำนวนประชากรหญิง 606,775 คน คิดเป็น } \frac{100\% \times 606,775}{620,542} = 97.78\%$$

4. ตั้งแต่ปี 2551 ถึงปี 2555

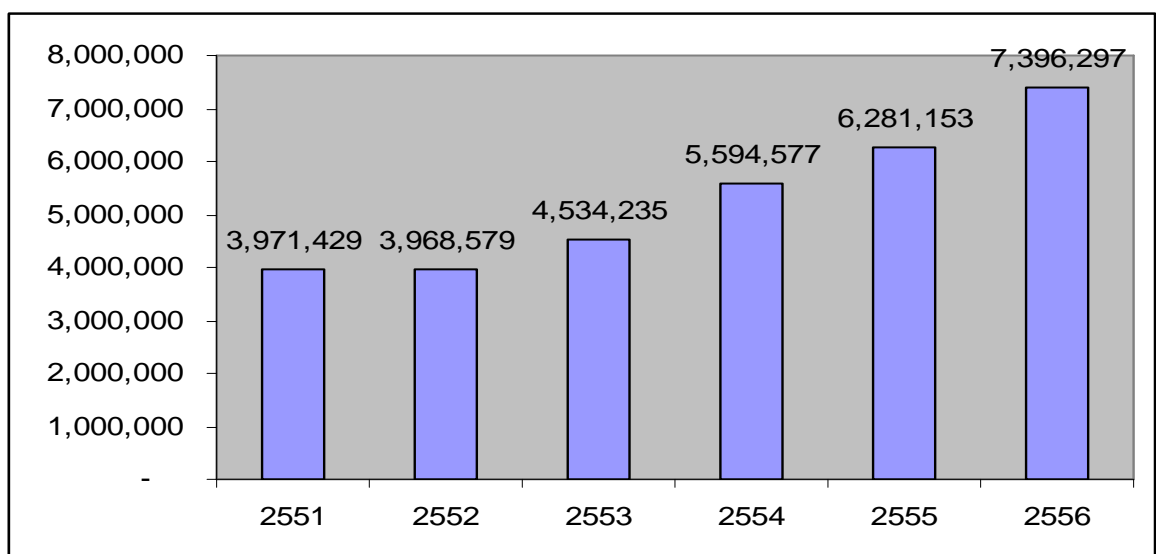
มีจำนวนคนเกิดปีทั้งหมด = 11,269 + 11,284 + 11,335 + 11,792 + 12,399

= 58,079 คน

$$\text{โดยเฉลี่ยปีละ} = \frac{58,079}{5} = 11,615.80 \text{ หรือประมาณ } 11,616 \text{ คน}$$

ตัวอย่างที่ 2 กราฟแสดงจำนวนนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนที่เดินทางเข้ามาในประเทศไทย

ไทย พ.ศ. 2551 – 2556



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. อัตราส่วนนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนปี 2553 ต่อปี 2555 ประมาณเท่าใด
2. นักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนปี 2551 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปี 2556
3. ตั้งแต่ปี 2551 ถึงปี 2556 โดยเฉลี่ยมีนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนปีละกี่คน

วิธีทำ

1. อัตราส่วนนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนปี 2553 ต่อปี 2555

$$= \frac{\text{ปี 2553}}{\text{ปี 2555}} = \frac{4,534,235}{6,281,153} = \frac{8}{11.08} \approx \frac{8}{11}$$

อัตราส่วนประมาณ 8 : 11

2. นักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนปี 2551 เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของปี 2556

ปี 2556 จำนวนนักท่องเที่ยว 7,396,297 คน คิดเป็น 100 %

$$\begin{aligned} \text{ปี 2551 จำนวนนักท่องเที่ยว 3,971,429 คน คิดเป็น } & \frac{100\% \times 3,971,429}{7,396,297} \\ & = 53.69\% \end{aligned}$$

3. ตั้งแต่ปี 2551 ถึงปี 2556 มีนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนรวมทั้งหมด

$$\begin{aligned} & = 3,971,429 + 3,968,579 + 4,534,235 + 5,594,577 + 6,281,153 + 7,396,297 \\ & = 31,746,270 \end{aligned}$$

$$\text{โดยเฉลี่ยปีละ} = \frac{31,746,270}{6} = 5,291,045 \text{ คน}$$

### การวิเคราะห์ข้อมูล

เป็นการดำเนินการกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่จะนำไปใช้ในการตัดสินใจต่อไป การวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็นสถิติพรรณนาได้แก่ การแจกแจงความถี่ การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง และการวัดการกระจายของข้อมูล และสถิติอนุมานได้แก่ การประมาณค่า และการทดสอบสมมุติฐาน เป็นต้น

ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการวิเคราะห์ข้อมูลแบบสถิติพรรณนาเท่านั้น

### การแจกแจงความถี่

การแจกแจงความถี่ หมายถึง การนับจำนวนข้อมูลที่มีค่าเดียวกันหรือข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และนิยมแสดงจำนวนที่นับได้ให้อยู่ในรูปร้อยละ(Percent) ด้วย โดยที่

$$\text{ร้อยละ} = \frac{\text{จำนวนข้อมูลที่นับได้}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}} \times 100$$

ตัวอย่างที่ 3 ในการสำรวจกลุ่มตัวอย่างนักศึกษาจำนวน 15 คน พบว่าเพศของนักศึกษาแต่ละคนเป็นดังนี้ (เพศชาย แทนด้วย 1 และเพศหญิง แทนด้วย 2)

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
เพศ	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2

จึงแจกแจงความถี่ของนักศึกษากลุ่มนี้จำแนกตามเพศ

วิธีทำ

เพศชาย จำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ เท่ากับ  $\frac{8}{15} \times 100 = 53.33$

เพศหญิง จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ เท่ากับ  $\frac{7}{15} \times 100 = 46.67$

การนำเสนอข้อมูล นิยมนำเสนอในรูปตารางดังนี้

เพศ	จำนวน	ร้อยละ
ชาย	8	53.33
หญิง	7	46.67
รวม	15	100.00



## การแปลผล

จากตารางพบว่า กลุ่มตัวอย่างจำนวน 15 คน เป็นเพศชายร้อยละ 53.33 และเป็นเพศหญิง ร้อยละ 46.67

ตัวอย่างที่ 4 ในการสำรวจข้อมูลนักศึกษาจำนวน 8 คน โดยแบบสอบถามเป็นดังนี้

- |              |                          |                      |                          |                   |
|--------------|--------------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|
| 1. เพศ (V1)  | <input type="checkbox"/> | 1. ชาย               | <input type="checkbox"/> | 2. หญิง           |
| 2. คณะ (V2)  | <input type="checkbox"/> | 1. คณะครุศาสตร์      | <input type="checkbox"/> | 2. คณะวิทยาศาสตร์ |
|              | <input type="checkbox"/> | 3. คณะวิทยาการจัดการ | <input type="checkbox"/> | 4. คณะสังคมศาสตร์ |
| 3. อายุ (V3) | <input type="checkbox"/> | 1. 17-18 ปี          | <input type="checkbox"/> | 2. 19-20 ปี       |
|              | <input type="checkbox"/> | 3. 21-22 ปี          | <input type="checkbox"/> | 4. 23-24 ปี       |

ผลจากการสำรวจได้ข้อมูลแล้วแปลงเป็นตัวเลข (Coding) ผลเป็นดังนี้

คนที่	V1	V2	V3
01	2	1	1
02	2	2	3
03	1	3	3
04	2	3	2
05	1	2	3
06	1	3	2
07	2	4	1
08	2	4	1

ตารางแสดงจำนวนและร้อยละเป็นดังนี้

รายการ	จำนวน	ร้อยละ
<b>เพศ</b>		
ชาย	3	37.50
หญิง	5	62.50
<b>คณะ</b>		
ครุศาสตร์	1	12.50
วิทยาศาสตร์	2	25.00
วิทยาการจัดการ	3	37.50
สังคมศาสตร์	2	25.00
<b>อายุ</b>		
17-18 ปี	3	37.50
19-20 ปี	2	25.00
21-22 ปี	3	37.50

จากตารางพบว่า กลุ่มตัวอย่างที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 8 คน ส่วนใหญ่เป็นเพศหญิง ร้อยละ 62.50 ศึกษาอยู่คณะวิทยาการจัดการ ร้อยละ 37.50 อายุ 17-18 ปี และ 21-22 ปี ร้อยละ 37.50

### การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง

การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง(Measures of Central Tendency) เป็นวิธีการทางสถิติเพื่อให้ทราบค่ากลางของข้อมูลทั้งหมด เพื่อใช้เป็นตัวแทนเวลากล่าวถึงข้อมูลชุดนั้น การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง ที่จะกล่าวถึงในที่นี้มี 3 วิธี ได้แก่ ค่าเฉลี่ย มัชยฐาน และฐานนิยม

### 1. ค่าเฉลี่ย

ค่าเฉลี่ย หมายถึง ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อมูล เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\mu$  หรือ  $\bar{X}$

ประชากรขนาด  $N$  ประกอบด้วยข้อมูล  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  ค่าเฉลี่ย คือ  $\mu$  อ่านว่า มิว

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \text{ เขียนโดยย่อได้ดังนี้ } \mu = \frac{\sum x_i}{N}$$

ตัวอย่างขนาด  $n$  ประกอบด้วยข้อมูล  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  ค่าเฉลี่ย คือ  $\bar{X}$  อ่านว่า เอกซ์บาร์

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ เขียนโดยย่อได้ดังนี้ } \bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

**ตัวอย่างที่ 5** ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิก 5 คน อายุของแต่ละคนเป็นดังนี้ 45 40 18 15 และ 12 ปี จงหาค่าเฉลี่ยของอายุสมาชิกครอบครัวนี้

วิธีทำ

$$\text{ทราบว่า } N = 5 \text{ และ } \sum x_i = 130$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \mu &= \frac{\sum x_i}{N} \\ &= \frac{130}{5} \\ &= 26 \end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยของอายุสมาชิกครอบครัวนี้ เท่ากับ 26 ปี

**ตัวอย่างที่ 6** สุ่มสำรวจนักศึกษา 10 คน จากนักศึกษาที่สอบทั้งหมดผลคะแนนการสอบเป็นดังนี้

9 12 12 2 6 8 12 10 5 4

จงหาค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนักศึกษาทั้ง 10 คนนี้

วิธีทำ

ทราบว่า  $n = 10$  และ  $\sum x_i = 80$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \bar{X} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ เท่ากับ 8 คะแนน

## 2. มัชฌิมาน

มัชฌิมาน หมายถึง ข้อมูลที่อยู่ตรงตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูลที่มีการเรียงลำดับจากต่ำสุดไปหาสูงสุด ซึ่งแสดงว่ามีข้อมูลครึ่งหนึ่งของข้อมูลทั้งหมดมีค่าสูงกว่าค่าที่เป็นมัชฌิมานและมีข้อมูลอีกครึ่งหนึ่งของข้อมูลชุดเดียวกันมีค่าต่ำกว่าค่าที่เป็นมัชฌิมาน วิธีการหาค่ามัชฌิมานทำได้ดังนี้

1) จัดเรียงข้อมูลจำนวน  $N$  ตัวจากค่าต่ำสุดไปหาค่าสูงสุด

2) ตำแหน่งกึ่งกลาง  $= \frac{N+1}{2}$ , เมื่อ  $N$  แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมด

3) มัชฌิมาน เท่ากับ ข้อมูลตัวที่อยู่ตรงกับตำแหน่งกึ่งกลาง แต่ถ้าหากว่าตรงตำแหน่งกึ่งกลางไม่มีข้อมูลอยู่ให้เอาข้อมูล 2 ตัวระหว่างตำแหน่งกึ่งกลาง มาบวกกันแล้วหารด้วย 2

ตัวอย่างที่ 7 จงหาค่ามัชฌิมานของข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้

21 15 26 19 16 23 25 27 20 30 33 20 27 25 35

วิธีทำ

นำข้อมูลมาเรียงจากต่ำสุดไปหาสูงสุด ได้ดังนี้

15 16 19 20 20 21 23 25 25 26 27 27 30 33 35

$$\text{ตำแหน่งกึ่งกลาง คือ } = \frac{N+1}{2} = \frac{15+1}{2} = 8$$

ข้อมูลตำแหน่งที่ 8 มีค่าเท่ากับ 25

จะได้ว่า มัชฌิมาน เท่ากับ 25

ตัวอย่างที่ 8 จงหามัธยฐานของคะแนนการสอบของนักศึกษา จำนวน 10 คน

9 12 12 2 6 8 12 10 5 4

วิธีทำ

เรียงคะแนนจากต่ำสุดไปหาสูงสุด ได้ดังนี้

2 4 5 6 8 9 10 12 12 12

$$\text{ตำแหน่งกึ่งกลาง คือ } = \frac{N+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$$

$$\text{ข้อมูลตำแหน่งที่ 5.5 มีค่าเท่ากับ } \frac{8+9}{2} = 8.5$$

จะได้ว่า มัธยฐานของคะแนนการสอบ เท่ากับ 8.5 คะแนน

### 3. ฐานนิยม

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

ตัวอย่างที่ 9 สุ่มคะแนนการสอบของนักศึกษา 10 คน เป็นดังนี้

9, 12, 12, 2, 6, 8, 12, 10, 5, 4

จงหาฐานนิยมของคะแนนการสอบ

วิธีทำ

คะแนน 12 มีความถี่สูงสุด เท่ากับ 3

จะได้ว่า ฐานนิยมของคะแนน เท่ากับ 12 คะแนน

### การวัดการกระจายของข้อมูล

ในการเปรียบเทียบข้อมูลชุดต่าง ๆ นิยมใช้ค่าตัวกลางของข้อมูลเหล่านั้นมาเปรียบเทียบกัน แต่การใช้เฉพาะค่ากลางข้อมูลไม่สามารถบอกลักษณะของข้อมูลชุดนั้นได้ถูกต้องและชัดเจน เช่น คะแนนการสอบของนักศึกษาชายและนักศึกษาหญิงกลุ่มละ 5 คน เป็นดังนี้

นักศึกษาชาย 20 18 5 10 47 พบว่าค่าเฉลี่ย เท่ากับ 20 คะแนน

นักศึกษาหญิง 15 17 22 29 17 พบว่าค่าเฉลี่ย เท่ากับ 20 คะแนน

การที่จะสรุปว่านักศึกษาทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการเรียนเท่ากันจึงไม่เป็นการถูกต้อง

เพราะการกระจายของข้อมูลแตกต่างกันมาก ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลนอกจากจะมีการวัดค่าแนวโน้มสู่ส่วนกลางแล้วจำเป็นต้องมีการวัดการกระจายของข้อมูลควบคู่กันด้วยเสมอ โดยที่ค่าเฉลี่ยจะทำให้ทราบว่าข้อมูลทั้งหมดมีค่าประมาณเท่ากับเท่าไร และการวัดการกระจายจะทำให้ทราบว่าข้อมูลแต่ละตัวมีความแตกต่างจากค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด การวัดการกระจายของข้อมูลมีวิธีหลายวิธี ที่จะกล่าวถึงในที่นี้ คือ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความแปรปรวน

### 1. พิสัย

พิสัย หมายถึง ผลต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุด (Max) กับข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด (Min)

ตัวอย่างที่ 10 จงหาพิสัยของข้อมูลต่อไปนี้ 9 12 12 2 6 8 12 10 5 4

วิธีทำ

ข้อมูลที่มีค่าสูงสุด เท่ากับ 12

ข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด เท่ากับ 2

จะได้ว่า พิสัย =  $12 - 2$

$$= 10$$

### 2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและความแปรปรวน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร คือ  $\sigma$  (อ่านว่า ซิกมา)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad \text{หรือ} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง คือ  $s$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{หรือ} \quad s = \sqrt{\frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}}$$

( ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานยกกำลังสอง เรียกว่า ความแปรปรวน (Variance) )

ตัวอย่างที่ 11 กำหนดประชากรหนึ่งมีข้อมูลดังนี้ 2 4 5 6 10

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและความแปรปรวนของข้อมูลประชากรนี้

วิธีทำ

$x_i$	2	4	5	6	10
$x_i^2$	4	16	25	36	100

จากตารางทราบว่า  $N = 5$  ,  $\sum x_i = 27$  ,  $\sum x_i^2 = 181$

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{\sum x_i}{N} \\ &= \frac{27}{5} \\ &= 5.40\end{aligned}$$

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวิธีที่ 1 จากสูตร

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{(2 - 5.40)^2 + (4 - 5.40)^2 + (5 - 5.40)^2 + \dots + (10 - 5.40)^2}{5}} \\ &= \sqrt{7.04} \\ &= 2.653\end{aligned}$$

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวิธีที่ 2 จากสูตร

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \left(\frac{\sum x_i}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{181}{5} - \left(\frac{27}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{7.04} \\ &= 2.653\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.653

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= 2.653^2 \\ &= 7.04\end{aligned}$$

ความแปรปรวน เท่ากับ 7.04

**ตัวอย่างที่ 12** สุ่มสำรวจคะแนนการสอบของนักศึกษา 10 คนจากนักศึกษาทั้งหมด ผลเป็นดังนี้

9, 12, 12, 2, 6, 8, 12, 10, 5, 4

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและความแปรปรวนของคะแนนการสอบ

วิธีทำ

$x_i$	9	12	12	2	6	8	12	10	5	4
$x_i^2$	81	144	144	4	36	64	144	100	25	16

จากตารางทราบว่า  $n = 10$  ,  $\sum x_i = 80$  ,  $\sum x_i^2 = 758$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i}{n} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8\end{aligned}$$

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวิธีที่ 1 จากสูตร

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(9-8)^2 + (12-8)^2 + (12-8)^2 + \dots + (4-8)^2}{10-1}} \\ &= \sqrt{13.111} \\ &= 3.621\end{aligned}$$

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานวิธีที่ 2 จากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}}$$



$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{(10 \times 758) - (80)^2}{10(10-1)}} \\
 &= \sqrt{13.111} \\
 &= 3.621
 \end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.621

$$\begin{aligned}
 s^2 &= 3.621^2 \\
 &= 13.111
 \end{aligned}$$

ความแปรปรวน เท่ากับ 13.111

### ความน่าจะเป็น

ในชีวิตประจำวันของคนเราจะต้องมีการตัดสินใจอยู่เสมอ ซึ่งการตัดสินใจถ้าทราบโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ว่ามีมากหรือน้อยเพียงใด ก็จะทำให้การที่ตัดสินใจมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น โอกาสดังกล่าวนี้เรียกว่า ความน่าจะเป็น (Probability) เช่น ความน่าจะเป็นที่น้ำมันจะขึ้นราคาเท่ากับ 0.80 หรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดฝนทิ้งช่วงร้อยละ 60 เป็นต้น ในการศึกษาความน่าจะเป็นจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับคำศัพท์ต่อไปนี้ คือ การทดลองสุ่ม (Random Experiment) ปริภูมิตัวอย่าง (Sample Space) และเหตุการณ์ (Event)

#### 1. การทดลองสุ่ม

การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่ผู้ทดลองไม่สามารถคาดคะเนผลการทดลองล่วงหน้าได้ว่าผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอย่างไรแน่นอน แต่สามารถบอกได้ว่าผลที่เกิดขึ้นเป็นอะไรได้บ้าง เช่น การโยนเหรียญ การทอดลูกเต๋า การจับสลาก การหยิบลูกบอลจากกล่อง เป็นต้น

#### 2. ปริภูมิตัวอย่าง

ปริภูมิตัวอย่าง หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มและสมาชิกแต่ละตัวของปริภูมิตัวอย่างเรียกว่า ผลลัพธ์ (Outcome) ปริภูมิตัวอย่างเขียนแทนด้วย S

#### 3. เหตุการณ์

เหตุการณ์ หมายถึง เซตย่อยของปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มที่เป็นเซตของผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มที่เราสนใจ เขียนแทนด้วย E

#### 4. ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น หมายถึง โอกาสหรือความเป็นไปได้ที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่สนใจ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้าความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 แสดงว่าไม่มีโอกาสเกิดเหตุการณ์นั้นได้เลย ถ้ามีค่าเท่ากับ 1 แสดงว่าเหตุการณ์นั้นมีโอกาสเกิดอย่างแน่นอน

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย  $P(E)$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ  $n(E)$  แทน จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E

$n(S)$  แทน จำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 13 ในการโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง

วิธีทำ

ให้ S แทน ปริภูมิตัวอย่าง

H แทน เหรียญขึ้นหัว

T แทน เหรียญขึ้นก้อย

$$\text{จะได้ } S = \{ (H,H), (H,T), (T,H), (T,T) \}$$

$$n(S) = 4$$

ให้ E แทน เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อย 1 อัน

$$\text{จะได้ } E = \{ (H,H), (H,T), (T,H) \}$$

$$n(E) = 3$$

ให้  $P(E)$  แทน ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวอย่างน้อยหนึ่งเหรียญ

$$\text{จะได้ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$= 0.75$$

ตัวอย่าง 14 ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง

- 1) จงหาปริภูมิตัวอย่าง
- 2) จงหาเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้ม เท่ากับ 7
- 3) จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้ม เท่ากับ 7

วิธีทำ

- 1) ให้ S แทน ปริภูมิตัวอย่าง

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \} \end{aligned}$$

$$n(S) = 36$$

- 2) ให้ E แทน เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้ม เท่ากับ 7

$$\text{จะได้ } E = \{ (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \}$$

$$n(E) = 6$$

- 3) ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้ม เท่ากับ 7

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(E) &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{6}{36} \\ &= 0.17 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 15 ในการซื้อหวยใต้ดินเลขท้าย 3 ตัว หมายเลขละ 1 บาท ถ้าซื้อถูกจะได้รางวัล 500 บาท

- 1) จงหาปริภูมิตัวอย่าง
- 2) จงหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลในแต่ละงวด
- 3) จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลในแต่ละงวด

วิธีทำ

- 1) ให้ S แทน ปริภูมิตัวอย่าง

$$\text{จะได้ } S = \{ 000, 001, 002, 003, 004, \dots, 999 \}$$

$$n(S) = 1,000$$

- 2) ให้ E แทน เหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลในแต่ละงวด

ในแต่ละงวดจะมีเลขท้าย 3 ตัวที่ถูกรางวัล 1 หมายเลข

$$n(E) = 1$$

- 3) ให้ P(E) แทน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะถูกรางวัลในแต่ละงวด

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } P(E) &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{1}{1,000} \\ &= 0.001 \end{aligned}$$

### การประยุกต์ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ

ในปัจจุบันการวิเคราะห์ข้อมูลนิยมใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ ได้แก่ โปรแกรม SPSS for Windows หรือโปรแกรม Microsoft Excel ในที่นี้จะนำเสนอการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel เท่านั้น

**ตัวอย่าง 6.16** ในการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาในสถาบันแห่งหนึ่งโดยใช้แบบสอบถาม  
ลักษณะดังต่อไปนี้

1. เพศ (V1)
  - 1. ชาย                       2. หญิง
2. สถานที่อยู่ขณะที่เรียน (V2)
  - 1. อยู่กับบิดามารดา     2. หอพักพักในสถาบัน                       3. อยู่หอพักเอกชน
3. อาชีพของบิดา-มารดา (V3)
  - 1. เกษตรกร                       2. ค้าขาย     3. รับราชการ     4. อื่นๆ (โปรดระบุ).....
4. เกรดเฉลี่ยสะสม (V5) เท่ากับ .....
5. เวลาที่ใช้อ่านหนังสือต่อสัปดาห์ (V6) .....ชั่วโมง
6. ความคิดเห็นของท่านต่อปัญหาภายในสถาบันในด้านต่าง ๆ

ด้าน	ระดับปัญหา				
	มากที่สุด (5)	มาก (4)	ปานกลาง (3)	น้อย (2)	น้อยที่สุด (1)
1. ห้องเรียน (V6-1)					
2. สภาพถนน (V6-2)					
3. อาจารย์ผู้สอน (V6-3)					
4. อุปกรณ์การเรียน (V6-4)					
5. การแต่งกาย (V6-5)					

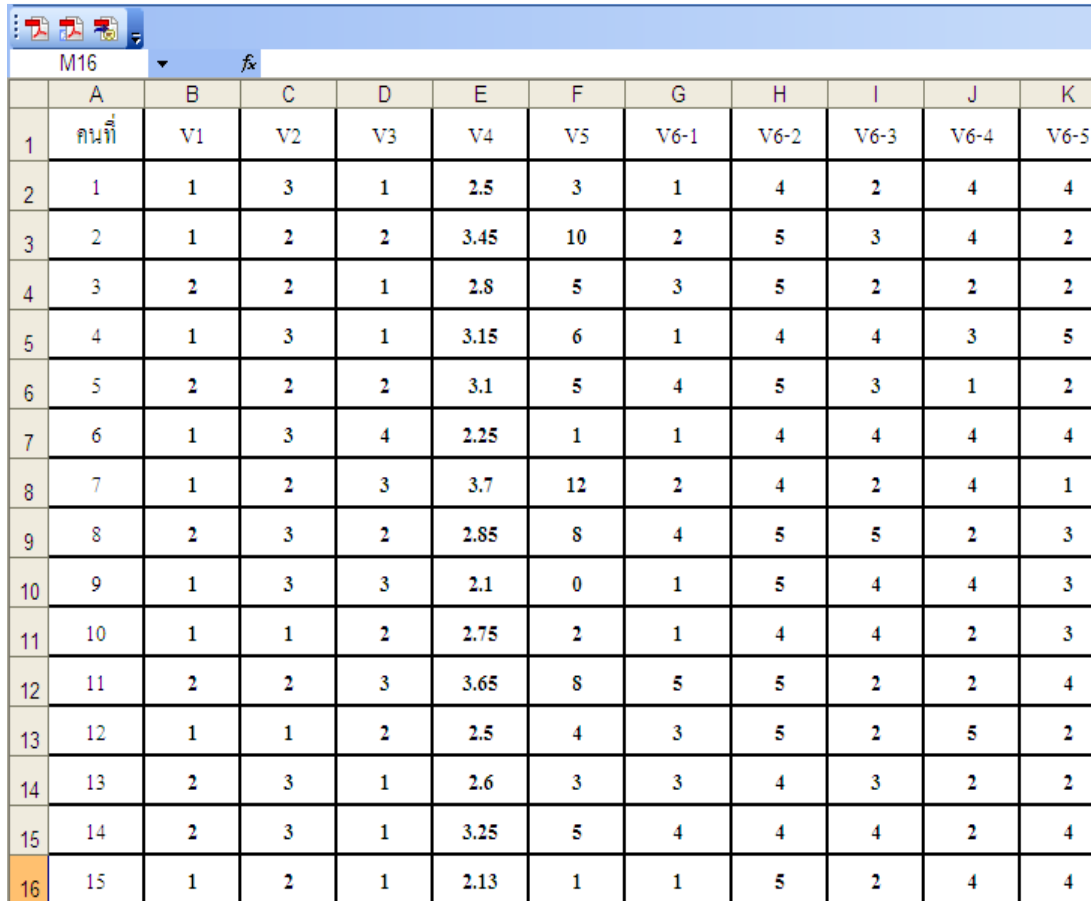
ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นำมาแปลงเป็นตัวเลข (Coding) เป็นดังนี้

คนที่	V1	V2	V3	V4	V5	V6-1	V6-2	V6-3	V6-4	V6-5
1	1	3	1	2.50	3	1	4	2	4	4
2	1	2	2	3.45	10	2	5	3	4	2
3	2	2	1	2.80	5	3	5	2	2	2
4	1	3	1	3.15	6	1	4	4	3	5
5	2	2	2	3.10	5	4	5	3	1	2
6	1	3	4	2.25	1	1	4	4	4	4
7	1	2	3	3.70	12	2	4	2	4	1
8	2	3	2	2.85	8	4	5	5	2	3
9	1	3	3	2.10	0	1	5	4	4	3
10	1	1	2	2.75	2	1	4	4	2	3
11	2	2	3	3.65	8	5	5	2	2	4
12	1	1	2	2.50	4	3	5	2	5	2
13	2	3	1	2.60	3	3	4	3	2	2
14	2	3	1	3.25	5	4	4	4	2	4
15	1	2	1	2.13	1	1	5	2	4	4

1. จงแจกแจงความถี่ของข้อมูลจำแนกตามเพศ ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน และอาชีพบิดา-มารดา
2. จงหาค่า ค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเกรดเฉลี่ย และ เวลาที่ใช้อ่านหนังสือ
3. จงหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและแปลความหมายของค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นในปัญหาด้านต่าง ๆ

วิธีทำ

การเตรียมข้อมูลเพื่อการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	คนที่	V1	V2	V3	V4	V5	V6-1	V6-2	V6-3	V6-4	V6-5
2	1	1	3	1	2.5	3	1	4	2	4	4
3	2	1	2	2	3.45	10	2	5	3	4	2
4	3	2	2	1	2.8	5	3	5	2	2	2
5	4	1	3	1	3.15	6	1	4	4	3	5
6	5	2	2	2	3.1	5	4	5	3	1	2
7	6	1	3	4	2.25	1	1	4	4	4	4
8	7	1	2	3	3.7	12	2	4	2	4	1
9	8	2	3	2	2.85	8	4	5	5	2	3
10	9	1	3	3	2.1	0	1	5	4	4	3
11	10	1	1	2	2.75	2	1	4	4	2	3
12	11	2	2	3	3.65	8	5	5	2	2	4
13	12	1	1	2	2.5	4	3	5	2	5	2
14	13	2	3	1	2.6	3	3	4	3	2	2
15	14	2	3	1	3.25	5	4	4	4	2	4
16	15	1	2	1	2.13	1	1	5	2	4	4

1. การแจกแจงความถี่ของข้อมูลจำแนกตามเพศ ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน อาชีพบิดา-มารดา

เลือกคำสั่ง แทรกฟังก์ชัน หรือ *fx* / เลือกประเภท : ทางสถิติ / เลือกฟังก์ชัน : COUNTIF

19	รายการ	จำนวน	ร้อยละ
20	1. เพศ		
21	ชาย	=	
22	หญิง		
23	2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
24	อยู่กับบิดามารดา		
25	อยู่หอพักในสถาบัน		
26	อยู่หอพักเอกชน		
27	3. อาชีพบิดา-มารดา		
28	เกษตรกร		
29	ค้าขาย		
30	รับราชการ		
31	อื่น ๆ		

19	รายการ	จำนวน	ร้อยละ
20	1. เพศ		
21	ชาย	=COUNTIF(B2:B16,1)	
22	หญิง		
23	2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
24	อยู่กับบิดามารดา		
25	อยู่หอพักในสถาบัน		
26	อยู่หอพักเอกชน		
27	3. อาชีพบิดา-มารดา		
28	เกษตรกร		
29	ค้าขาย		
30	รับราชการ		
31	อื่น ๆ		



19	รายการ	จำนวน	ร้อยละ
20	1. เพศ		
21	ชาย	9	=B21/15*100
22	หญิง		
23	2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
24	อยู่กับบิดามารดา		
25	อยู่หอพักในสถาบัน		
26	อยู่หอพักเอกชน		
27	3. อาชีพบิดา-มารดา		
28	เกษตรกร		
29	ค้าขาย		
30	รับราชการ		
31	อื่น ๆ		

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

19	รายการ	จำนวน	ร้อยละ
20	1. เพศ		
21	ชาย	9	60.00
22	หญิง	6	40.00
23	2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
24	อยู่กับบิดามารดา	2	13.33
25	อยู่หอพักในสถาบัน	6	40.00
26	อยู่หอพักเอกชน	7	46.67
27	3. อาชีพบิดา-มารดา		
28	เกษตรกร	6	40.00
29	ค้าขาย	5	33.33
30	รับราชการ	3	20.00
31	อื่น ๆ	1	6.67

## การนำเสนอข้อมูลเป็นคั้งนี้

รายการ	จำนวน	ร้อยละ
1. เพศ		
ชาย	9	60.00
หญิง	6	40.00
2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
อยู่กับบิดามารดา	2	13.33
อยู่หอพักในสถาบัน	6	40.00
อยู่หอพักเอกชน	7	46.67
3. อาชีพบิดา-มารดา		
เกษตรกร	6	40.00
ค้าขาย	5	33.33
รับราชการ	3	20.00
อื่น ๆ	1	6.67

จากตารางพบว่า กลุ่มตัวอย่างที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 15 คน ส่วนใหญ่เป็นเพศชาย ร้อยละ 60.00 อยู่หอพักเอกชน ร้อยละ 46.67 บิดา-มารดาอาชีพเกษตรกร ร้อยละ 40.00

2. ค่าต่ำสุด ค่าสูงสุด ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเกรดเฉลี่ย และเวลาที่ใช้อ่านหนังสือ

- การหาค่าต่ำสุดใช้  $fx$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **MIN**

- การหาค่าสูงสุดใช้  $fx$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **MAX**

- การหาค่าเฉลี่ยใช้  $fx$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **AVERAGE**

- การส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใช้  $fx$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **STDEV**

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a data table and a dialog box for the MIN function. The data table is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	คนที่	V1	V2	V3	V4	V5	V6-1	V6-2	V6-3	V6-4	V6-5
2	1	1	3	1	2.5	3	1	4	2	4	4
3	2	4	3	3	3.45	10	3	5	3	4	2
4	3										2
5	4										5
6	5										2
7	6										4
8	7										1
9	8										3
10	9										3
11	10										3
12	11										4
13	12										2
14	13										2
15	14	2	3	1	3.25	5	4	4	4	2	4
16	15	1	2	1	2.13	1	1	5	2	4	4
17											
18		รายการ	min	max	$\bar{x}$	S.D.					
19		เกรดเฉลี่ยสะสม	=MIN(E2:E16)								
20		เวลาที่ใช้อ่านหนังสือ									
21											

The dialog box titled "การคำนวณฟังก์ชัน" (Function Wizard) for the MIN function is shown. It displays the formula `=MIN(E2:E16)` and the result `= 2.1`. The dialog box also includes a list of numbers: `{2.5;3.45;2.8;3.15}` and a note: "ส่งกลับจำนวนที่น้อยที่สุดในชุดของค่าที่ระบุ ยกเว้นค่าตรรกศาสตร์และข้อความ." (Returns the smallest number in the specified array of values, excluding logical values and text.)

Number1: number1,number2,... เป็น 1 ถึง 30 จำนวน, เซลล์ว่าง, ค่าตรรกศาสตร์ หรือ ข้อความตัวเลขที่คุณต้องการหาค่าที่น้อยที่สุด.

ผลลัพธ์จากสูตร = 2.1

ปุ่ม: ตกลง, ยกเลิก



การนำเสนอข้อมูลเป็นดังนี้

รายการ	min	max	$\bar{X}$	S.D.
เกรดเฉลี่ยสะสม	2.10	3.70	2.85	0.52
เวลาที่ใช้อ่านหนังสือ	0	12	4.87	3.46

จากตารางพบว่า กลุ่มตัวอย่างที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 15 คน มีเกรดเฉลี่ยสะสมโดยเฉลี่ย 2.85 และเวลาที่ใช้อ่านหนังสือโดยเฉลี่ย 4.87 ชั่วโมง

3. ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและแปลความหมายของค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นในด้านต่าง ๆ

- การหาค่าเฉลี่ยใช้  $f_x$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **AVERAGE**
- การส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใช้  $f_x$  ประเภท : ทางสถิติ เลือกฟังก์ชัน : **STDEV**

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in column G (rows 2-16):

Row	Column G
2	1
3	2
4	3
5	4
6	5
7	6
8	7
9	8
10	9
11	10
12	11
13	12
14	13
15	14
16	15

The AVERAGE dialog box is open, showing the range G2:G16 and the calculated average value of 2.40. The formula bar at the top shows **=AVERAGE(G2:G16)**.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a data table and a dialog box for the STDEV function. The data table has columns A through K and rows 1 through 16. The dialog box is titled 'การวิเคราะห์ของฟังก์ชัน' and shows the formula =STDEV(G2:G16) with the result 1.40.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	คนที่	V1	V2	V3	V4	V5	V6-1	V6-2	V6-3	V6-4	V6-5
2	1	1	3	1	2.5	3	1	4	2	4	4
3	2	1	2	2	3.45	10	2	5	3	4	2
4	3	2	2							2	2
5	4	1	3							3	5
6	5	2	2							1	2
7	6	1	3							4	4
8	7	1	2							4	1
9	8	2	3							2	3
10	9	1	3							4	3
11	10	1	1							2	3
12	11	2	2							2	4
13	12	1	1	2	2.5	4	3	5	2	5	2
14	13	2	3	1	2.6	3	3	4	3	2	2
15	14	2	3	1	3.25	5	4	4	4	2	4
16	15	1	2	1	2.13	1	1	5	2	4	4
17							2.40				
18							=STDEV(G2:G16)				

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

The screenshot shows an Excel spreadsheet with a data table and calculated values in the bottom rows. The data table has columns A through K and rows 1 through 16. The calculated values are shown in rows 17 and 18.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	คนที่	V1	V2	V3	V4	V5	V6-1	V6-2	V6-3	V6-4	V6-5
2	1	1	3	1	2.5	3	1	4	2	4	4
3	2	1	2	2	3.45	10	2	5	3	4	2
4	3	2	2	1	2.8	5	3	5	2	2	2
5	4	1	3	1	3.15	6	1	4	4	3	5
6	5	2	2	2	3.1	5	4	5	3	1	2
7	6	1	3	4	2.25	1	1	4	4	4	4
8	7	1	2	3	3.7	12	2	4	2	4	1
9	8	2	3	2	2.85	8	4	5	5	2	3
10	9	1	3	3	2.1	0	1	5	4	4	3
11	10	1	1	2	2.75	2	1	4	4	2	3
12	11	2	2	3	3.65	8	5	5	2	2	4
13	12	1	1	2	2.5	4	3	5	2	5	2
14	13	2	3	1	2.6	3	3	4	3	2	2
15	14	2	3	1	3.25	5	4	4	4	2	4
16	15	1	2	1	2.13	1	1	5	2	4	4
17							2.40	4.53	3.07	3.00	3.00
18							1.40	0.52	1.03	1.20	1.13

## การนำเสนอข้อมูลเป็นดังนี้

ด้าน	$\bar{x}$	S.D.	ความหมาย
1. ห้องเรียน	2.40	1.40	น้อย
2. สภาพถนน	4.53	0.52	มากที่สุด
3. อาจารย์	3.07	1.03	ปานกลาง
4. อุปกรณ์	3.00	1.20	ปานกลาง
5. การแต่งกาย	3.00	1.13	ปานกลาง

จากตาราง กลุ่มตัวอย่างที่ตอบแบบสอบถามจำนวน 15 คน มีความคิดเห็นเกี่ยวกับปัญหาภายในสถาบันพบว่ามึปัญหามากที่สุดในด้านสภาพถนน ( $\bar{x}=4.53$ ) และมีปัญหาน้อยในด้านห้องเรียน ( $\bar{x}=2.40$ ) ส่วนด้านอื่น ๆ มีปัญหาปานกลาง

### แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6

1. การวิจัยเรื่องการศึกษาค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเกี่ยวกับเงินเดือนและค่าตอบแทนอื่นๆ ของข้าราชการครูสังกัดกระทรวงศึกษาธิการ โดยมีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากข้าราชการครูสังกัดกระทรวง

ศึกษาธิการ จำนวน 384 คน พบว่าค่าเฉลี่ยของรายได้เท่ากับ 19,833.33 บาท

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1 ค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเกี่ยวกับเงินเดือนและค่าตอบแทนอื่นๆ ของข้าราชการครูสังกัดกระทรวงศึกษาธิการ เรียกว่า .....
  - 1.2 ข้าราชการครูสังกัดกระทรวงศึกษาธิการ เรียกว่า .....
  - 1.3 ข้าราชการครูสังกัดกระทรวงศึกษาธิการจำนวน 384 คน เรียกว่า .....
  - 1.4 ค่าเฉลี่ยของรายได้เท่ากับ 19,833.33 บาท เรียกว่า .....
2. จงบอกประเภทและมาตรการวัดที่สูงสุดของข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	ประเภทของข้อมูล	มาตรการวัดที่สูงสุด
1. เพศ	.....	.....
2. อายุ(ปี)	.....	.....
3. อาชีพ	.....	.....
4. คะแนน	.....	.....
5. รายได้(บาท)	.....	.....
6. รายจ่าย(3 ระดับ)	.....	.....
7. สัญชาติ	.....	.....
8. อุณหภูมิ	.....	.....
9. เกรดเฉลี่ยสะสม	.....	.....
10. คะแนนความคิดเห็นแบบมาตรการประเมิน(Rating Scale)	.....	.....



## 3. จำนวนนักท่องเที่ยวจากประเทศกลุ่มอาเซียนที่เดินทางเข้ามาในประเทศไทย พ.ศ. 2555 – 2556

สัญชาติ	2555	2556	อัตราเพิ่ม
บรูไน	10,459	14,304	36.76%
กัมพูชา	423,642	468,366	10.56%
อินโดนีเซีย	447,820	589,079	.....%
ลาว	975,999	1,106,080	13.33%
มาเลเซีย	2,544,397	.....	17.29%
พม่า	129,385	172,374	.....%
ฟิลิปปินส์	289,566	326,245	12.67%
สิงคโปร์	831,215	936,477	12.66%
เวียดนาม	618,670	.....	27.26%

จงตอบคำถามต่อไปนี้

## 3.1 นักท่องเที่ยวจากประเทศอินโดนีเซียเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์

.....

.....

.....

.....

.....

## 3.2 นักท่องเที่ยวจากประเทศมาเลเซียในปี 2556 มีจำนวนกี่คน

.....

.....

.....

.....

.....



4.3 ฐานนิยม

.....  
.....  
.....

4.4 พิสัย

.....  
.....  
.....

4.5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4.6 ความแปรปรวน

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. คู่สำรวจจะแนะนำการสอบของนักศึกษา 9 คน จากนักศึกษาทั้งหมดผลเป็นดังนี้

9    6    10    8    7    5    6    4    3

จงหา

5.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 มัธยฐาน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 ฐานนิยม

.....

.....

.....

## 5.4 พิสูจน์

.....

.....

.....

## 5.5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 5.6 ความแปรปรวน

.....

.....

.....

6. ในการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาในสถาบันแห่งหนึ่งโดยใช้แบบสอบถามลักษณะดังต่อไปนี้

1. เพศ (V1)

1. ชาย                       2. หญิง

2. สถานที่อยู่ขณะที่เรียน (V2)

1. อยู่กับบิดามารดา     2. หอพักพักในสถาบัน                       3. อยู่หอพักเอกชน

3. เกรดเฉลี่ยสะสม (V3) เท่ากับ .....

4. เวลาที่ใช้อ่านหนังสือ (V4) ..... ชั่วโมง

5. ความคิดเห็นของท่านต่อปัญหาภายในสถาบันในด้านต่าง ๆ

	ระดับความคิดเห็น			
	มากที่สุด (4)	มาก (3)	น้อย (2)	น้อยที่สุด (1)
1. ห้องเรียน (V5-1)				
2. สภาพถนน (V5-2)				
3. อาจารย์ผู้สอน (V5-3)				
4. อุปกรณ์การเรียน (V5-4)				
5. การแต่งกาย (V5-5)				

ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นำมาแปลงเป็นตัวเลข (Coding) เป็นดังนี้

ที่	V1	V2	V3	V4	V5-1	V5-2	V5-3	V5-4	V5-5
1	1	3	2.50	3	1	4	2	4	4
2	1	2	3.45	10	2	4	3	4	2
3	2	2	2.80	5	3	4	2	2	2
4	1	3	3.15	6	1	4	4	3	4
5	2	2	3.10	5	4	3	3	1	2
6	1	3	2.25	1	1	4	4	4	4
7	1	2	3.70	12	2	4	2	4	1
8	2	3	2.85	8	4	4	4	2	3
9	1	3	2.10	0	1	4	4	4	3
10	1	1	2.75	2	1	4	4	2	3
11	2	2	3.65	8	4	4	2	2	4
12	1	1	2.50	4	3	4	2	3	2
13	2	3	2.60	3	3	4	3	2	2

จงเติมผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ข้อมูลทั่วไปของผู้ตอบแบบสอบถาม

รายการ	จำนวน	ร้อยละ
1. เพศ		
ชาย	.....	.....
หญิง	.....	.....
2. ที่อยู่อาศัยขณะที่เรียน		
อยู่กับบิดามารดา	.....	.....
อยู่หอพักในสถาบัน	.....	.....
อยู่หอพักเอกชน	.....	.....

จากตารางพบว่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคิดเห็นในปัญหาด้านต่าง ๆ

ด้าน	$\bar{x}$	s	ความหมาย
1. ห้องเรียน	.....	.....	.....
2. สภาพถนน	.....	.....	.....
3. อาจารย์	.....	.....	.....
4. อุปกรณ์	.....	.....	.....
5. การแต่งกาย	.....	.....	.....

จากตารางพบว่า

.....  
 .....  
 .....  
 .....

จงแสดงวิธีหาค่า  $\bar{x}$  และ s พร้อมทั้งแปลความหมายของความคิดเห็นปัญหาด้านห้องเรียน

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

(ปัญหาด้านอื่นๆ ให้หาโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel )

7. ในการโยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง

จงหา

7.1 ปฏิภูมิตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

7.2 เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหัวอย่างน้อย 1 อัน

.....

.....

.....

.....

.....

7.3 ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัวอย่างน้อยหนึ่งเหรียญ

.....

.....

.....

.....

.....

8. กล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟ 5 หลอด ในจำนวนนี้เป็นหลอดดี 3 หลอด หลอดเสีย 2 หลอด ถ้า  
สุ่มหยิบหลอดไฟมา 2 หลอด

จงหา

8.1 ปฏิภูมิตัวอย่าง

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

8.2 เหตุการณ์ที่จะได้หลอดเสียอย่างน้อย 1 หลอด

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

8.3 ความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดเสียอย่างน้อย 1 หลอด

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### เอกสารอ้างอิง

สุพล ศุรงค์วัฒนา. (2537). การวิเคราะห์เชิงสถิติ : การวิเคราะห์ความถดถอย. กรุงเทพมหานคร :

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,2537.

สมจิต วัฒนาชยากุล. (2527). การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ. กรุงเทพมหานคร :

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

สรชัย พิศาลบุตร. (2542). สถิติธุรกิจ. กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อัญริย์ จันทลักขณา. (2543). หลักสถิติเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไป. กรุงเทพมหานคร :

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

## บรรณานุกรม

- กรมสรรพากร. (2556). มาตรฐานภาษีมูลค่าเพิ่ม ก่อนนิตยภั. กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร
- กรมสรรพากร. (2556). วิธีการออกแบบแสดงรายการ ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ปีภาษี 2556 ก.จ.ด. 90. กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร
- กรมสรรพากร. (2556). วิธีการออกแบบแสดงรายการ ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา ปีภาษี 2556 ก.จ.ด. 91. กรุงเทพมหานคร : กรมสรรพากร
- การคำนวณดอกเบี้ย.สืบค้นเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <http://www.1213.or.th/th/serviceunderbot>
- การให้เหตุผล.สืบค้นเมื่อ 4 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.thaigoodview.com/node/18026>
- การให้เหตุผล.สืบค้นเมื่อ 4 พฤษภาคม 2557, จาก [http://www.myfirstbrain.com/student\\_view.aspx?](http://www.myfirstbrain.com/student_view.aspx?)
- คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน.สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://goo.gl/XQblon>
- คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน.สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://goo.gl/K9NeYG>
- ดอกเบี้ย.สืบค้นเมื่อ 30 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.bot.or.th>
- นพพร ณะชัยจันทร์. (2543). คณิตศาสตร์พื้นฐาน. เชียงราย : คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย.
- ภาษีเงินได้บุคคลธรรมดา.สืบค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.rd.go.th/publish/309.0.html>
- ภาษีมูลค่าเพิ่ม.สืบค้นเมื่อ 14 พฤษภาคม 2557, จาก <http://www.rd.go.th/publish/307.0.html>
- ศิริจันทร์ เวสารัชศาสตร์ (2549). คณิตศาสตร์พื้นฐาน.กรุงเทพฯ : คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
- สุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชานิติศาสตร์. (2546). เอกสารการสอนชุดวิชา กฎหมายภาษีอากร 1 หน่วยที่ 1 – 7 . กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- สุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชานิติศาสตร์. (2546). เอกสารการสอนชุดวิชา กฎหมายภาษีอากร 1 หน่วยที่ 8 – 15 . กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2553). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2552). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน  
คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตร  
สพล ดุรงค์วัฒนา. (2537). การวิเคราะห์เชิงสถิติ : การวิเคราะห์ความถดถอย. กรุงเทพมหานคร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,2537.

สมจิต วัฒนาชยากุล. (2527). การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงสถิติ. กรุงเทพมหานคร :  
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

สรชัย พิศาลบุตร. (2542). สถิติธุรกิจ. กรุงเทพมหานคร : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สมการและอสมการสี่คั่นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก

<http://math1.snru.ac.th/UserFiles/File/math1@snru/...8-49/.../unit5.doc>

สมการและอสมการสี่คั่นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก <http://th.wikipedia.org/wiki/สมการ>

สมการและอสมการสี่คั่นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2557, จาก

<http://home.kku.ac.th/wattou/service/m123/03.pdf>

สมการและอสมการสี่คั่นเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <https://sites.google.com/site/mathgang2m3/3>

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.

ลาดพร้าว.

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.ลาดพร้าว.

อัจฉริย์ จันทลักษณ์. (2543). หลักสถิติเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไป. กรุงเทพมหานคร :

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

อัตราดอกเบี้ย.สี่คั่นเมื่อ 1 มิถุนายน 2557, จาก <https://www.tmbbank.com>

Kellison, Stephen G. (1970). *The Theory of Interest*. Richard D. Irwin, Inc. Library of Congress

Catalog Card No. 79-98251.

Leonhardy, A. (1960). *College Algebra*. Missouri : John Wiley & Sons.

Lipschuyz, S. & Hall, G. G. (1966). *Finite Mathematics*. New York : McGraw – Hill Book

Company.

## คณะผู้จัดทำ

ผู้จัดทำ	บทบาท
รองศาสตราจารย์ ดร.นพพร ณะชัยจันทร์	1
อาจารย์จรัสวรรณ ศิรินภาค	2
อาจารย์ชนายุทธ ช่างเรือนงาม	3
อาจารย์วิทยา พูนสวัสดิ์	4
อาจารย์ ดร.ธัญวรัชญ์ บุตรสาร	5
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ มนุ สมเพชร	6